

VŠB – Technická univerzita Ostrava
Fakulta strojní
Katedra pružnosti a pevnosti

Měření zbytkových napětí v plastech
Measurement of Residual Stresses in Plastic

Student:

Václav Kubín

Vedoucí bakalářské práce:

Ing. František Fojtík, Ph.D.

Ostrava 2014

VŠB - Technická univerzita Ostrava
Fakulta strojní
Katedra pružnosti a pevnosti

Zadání bakalářské práce

Student: **Václav Kubín**
Studijní program: B2341 Strojírenství
Studijní obor: 3901R003 Aplikovaná mechanika
Téma: **Měření zbytkových napětí v plastech**
Measurement of Residual Stresses in Plastics

Zásady pro vypracování:

1. Rozbor metod vhodných pro analýzu zbytkových napětí u plastů.
2. Aplikace rozřezávací metody na plastovou trubku.
3. Analytický a numerický výpočet zbytkových napětí u plastové trubky.
4. Srovnání použitých metod.

Seznam doporučené odborné literatury:

MACURA, P.: Experimentální metody v pružnosti a plasticitě. VŠB-TU Ostrava 2001, ISBN 80-7078-934-4
MACURA, P.: Sbírka úloh z experimentální pružnosti. VŠB-TU Ostrava, 2008, ISBN 978-80-248-1823-8
TREBUŇA, F.; ŠIMČÁK, F.: Průručka experimentálnej mechaniky, Edícia odbornej a vedckej literatúry, Technická univerzita v Košiciach, Košice, 2007, Slovensko, ISBN 80-8073-148-9.
KUCERA, J.; KRIVANEK, J.: Morphology and internal stress distribution in the PP pipe wall. Deformation und Bruchverhalten von Kunststoffen. 2007, Merseburg
Poduška, J.; Hutař, P.; Ševčík, M.; Náhlík, L.: Determination of Residual Stress in a Polymer Pipe, Applied Mechanics 2013, ISBN 978-80-248-2978-4
ANSYS INC. Documentation for ANSYS Release 14.0. SAS IP, Inc. 2012.

Formální náležitosti a rozsah bakalářské práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. František Fojtík, Ph.D.**

Datum zadání: 13.12.2013
Datum odevzdání: 19.05.2014



doc. Ing. Radim Halama, Ph.D.
vedoucí katedry

doc. Ing. Ivo Hlavatý, Ph.D.
děkan fakulty

Místopřísežné prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou bakalářskou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě: 17.5.2014



Podpis studenta

Prohlašuji, že

- jsem byl seznámen s tím, že na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo.
- beru na vědomí, že Vysoká škola Báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě bakalářskou práci užít (§35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že bakalářská práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB-TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího bakalářské práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu §12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo – bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do její skutečné výše).
- beru na vědomí, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě:

17.5.2014.....

.....

Podpis studenta

Jméno a příjmení autora práce:

Václav Kubín

Adresa trvalého pobytu autora práce:

Strmá 133,

Budišovice

ANOTACE BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

KUBÍN, V. *Měření zbytkových napětí v plastech: bakalářská práce*. Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra pevnosti a pružnosti, 2014, 49s. Vedoucí práce: Fojtík, F.

Bakalářská práce se zabývá metodami zkoumání zbytkového napětí v plastech. Nejvíce pozornosti je věnováno rozřezávací metodě, která je využita k určení zbytkového napětí v plastovém potrubí. V experimentální části byly získány geometrické rozměry zkoumaných vzorků s využitím měřicího přístroje. Analytické výpočty jsou kombinací teorie silně zakřivených prutů, potenciálních deformačních energií a Castiglianovy věty. Numerické řešení je provedeno metodou konečných prvků v programu ANSYS 14.5. V závěru, konečné srovnání a vyhodnocení analytických a numerických výpočtů.

ANNOTATION OF THESIS

KUBÍN, V. *Measurement of Residual Stresses in Plastic: Bachelor Thesis*. Ostrava: VŠB – Technical University of Ostrava. Faculty of Mechanical Engineering, Department of Mechanics of Materials, 2014, 49 p. Thesis head: Fojtík, F.

Bachelor thesis is focused on examining the methods of investigation of residual stresses in plastics. Most attention is devoted to the sawing method that is used to determine the residual stress in the plastic pipe. In the experimental section were acquired geometrical dimensions the studied samples with using the measuring device. Analytical calculations are a combination the theory of thick curved beams, potential strain energy and Castiglian's sentence. The numerical solution is performed with using the Finite Element Method in program ANSYS 14.5. In the end, the final comparison and evaluation of analytical and numerical calculations.

OBSAH

SEZNAM POUŽITÉHO ZNAČENÍ	8
ÚVOD.....	10
1 ZBYTKOVÉ NAPĚTÍ V PLASTECH.....	11
1.1 VZNIK ZBYTKOVÝCH NAPĚTÍ V POTRUBÍ	11
2 EXPERIMENTÁLNÍ METODY ZJIŠŤOVÁNÍ ZBYTKOVÝCH NAPĚTÍ	11
2.1 DESTRUKTIVNÍ METODY	12
2.1.1 SACHSOVA METODA	12
2.1.2 ROZŘEZÁVACÍ METODA.....	12
2.1.3 PROUŽKOVACÍ A PLÁTKOVACÍ METODA	13
2.2 POLODESTRUKTIVNÍ METODY	14
2.2.1 ODVRTÁVACÍ METODY	14
2.2.1.1 VYUŽITÍ TENZOMETRŮ	16
2.2.1.2 VYUŽITÍ FOTOELASTICKÉ VRSTVY	18
2.2.1.3 METODA ODVRTÁVÁNÍ MEZIKRUŽÍ.....	18
2.2.2 METODA DRÁŽKY	19
2.3 NEDESTRUKTIVNÍ METODY	20
2.3.1 FOTOELASTICIMETRIE.....	20
3 TEORIE SILNĚ ZAKŘIVENÝCH PRUTŮ	21
3.1 VÝPOČET NORMÁLOVÉHO NAPĚTÍ	21
3.2 DEFORMACE SILNĚ ZAKŘIVENÝCH PRUTŮ	22
3.3 CASTIGLIÁNOVA VĚTA.....	24
4 EXPERIMENTÁLNÍ MĚŘENÍ.....	25
4.1 ZKOUMANÉ POTRUBÍ A JEHO MATERIÁLOVÉ VLASTNOSTI.....	25
4.2 POSTUP MĚŘENÍ.....	25
5 ANALYTICKÝ VÝPOČET	30

5.1	VÝPOČET ZBYTKOVÉHO NAPĚTÍ U VZORKU 1-3	31
5.2	SHRNUTÍ VÝSLEDKŮ ANALYTICKÝCH VÝPOČTŮ.....	34
6	NUMERICKÝ VÝPOČET	35
6.1	MKP VÝPOČET.....	35
6.2	GEOMETRICKÝ MODEL	35
6.3	SÍŤ A OKRAJOVÉ PODMÍNKY	37
6.4	VYHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ MKP	40
6.4.1	DEFORMACE.....	40
6.4.2	NAPĚTÍ.....	42
6.5	SHRNUTÍ VÝSLEDKŮ NUMERICKÝCH VÝPOČTŮ:	42
6.6	OVĚŘENÍ ANALYTICKÉHO VÝPOČTU POMOCÍ MKP	43
7	SROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ POUŽITÝCH VÝPOČTOVÝCH METOD	44
	ZÁVĚR.....	45
	SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY	48
	SEZNAM PŘÍLOH	49

SEZNAM POUŽITÉHO ZNAČENÍ

Symbol	Význam	Jednotka
A	Přetvárná práce vnějších sil	[J]
da	Elementární vzdálenost	[mm]
dS	Elementární plocha průřezu	[mm ²]
dW	Celková potenciální energie	[J]
dW _M	Potenciální energie deformace od ohybového momentu M	[J]
dW _{MN}	Potenciální energie deformace od ohybového momentu M	[J]
dW _N	Potenciální energie deformace osově síly N	[J]
dW _T	Potenciální energie deformace posouvající síly T	[J]
dε _x	Elementární poměrná dél. def v ose x	[MPa]
dε _y	Elementární poměrná dél. def v ose y	[MPa]
E	Modul pružnosti v tahu	[MPa]
E _c	Modul pružnosti fotoelastické vrstvy	[MPa]
e	Posunutí neutrální osy vůči hlavní centrální ose	[mm]
f _σ	Fotoelastická konstanta provrstvení	[-]
F	Síla	[N]
h _c	Tloušťka fotoelastické vrstvy	[mm]
M	Moment	[Nm]
N	Normálová síla	[N]
N _A	Pořadí fotoelastických proužků v bodě A	[-]
N _B	Pořadí fotoelastických proužků v bodě B	[-]
r	Poloměr křivosti neutrální osy	[mm]
R	Poloměr zakřivení střednice	[mm]
R ₀	Poloměr odvrtné díry	[mm]
R _m	Naměřený poloměr odvrtné díry	[mm]
S	Plocha průřezu prutu	[mm ²]
T	Posouvající síla	[N]
u _x	Průhyb v ose x	[MPa]
u _y	Průhyb v ose y	[MPa]
w	Posuv	[mm]
w _x	Průhyb v ose x	[MPa]
w _y	Průhyb v ose y	[MPa]
β	Součinitel nerovnoměrnosti rozložení smykového napětí	[-]
Δσ _r	Rozdíl radiálních normál. napětí	[MPa]
Δσ _t	Rozdíl tečných normál. napětí	[MPa]

Symbol	Význam	Jednotka
$\Delta\tau_{rt}$	Rozdíl smykových napětí	[MPa]
ϵ_a	Pom. deformace ve směru tenzometru +a	[MPa]
ϵ_b	Pom. deformace ve směru tenzometru b	[MPa]
ϵ_c	Pom. deformace ve směru tenzometru c	[MPa]
ϵ_r	Poměrná deformace v radiálním směru	[MPa]
ϵ_t	Poměrná deformace v tečném směru	[MPa]
ϵ_x	Poměrná délková deformace v ose x	[MPa]
ϵ_y	Poměrná délková deformace v ose y	[MPa]
μ	Poissonova konstanta	[-]
ρ	Poloměr křivosti libovolného vlákna	[mm]
σ_I	Hlavní napětí ve vodorovném směru	[MPa]
σ_{II}	Hlavní napětí ve svislém směru	[MPa]
σ_M	Napětí od ohybového momentu	[MPa]
σ_r	Normálové napětí v radiálním směru	[MPa]
σ_t	Normálové napětí v tečném směru	[MPa]
$\sigma_r^{'}$	Nor. nap. v radiálním směru po odvrtání	[MPa]
$\sigma_t^{'}$	Nor. nap. v tečném směru po odvrtání	[MPa]
σ_x	Napětí v ose x	[MPa]
σ_y	Napětí v ose y	[MPa]
τ_{rt}	Smykové napětí	[MPa]
$\tau_{rt}^{'}$	Smykové napětí po odvrtání	[MPa]
φ	Úhel natočení	[rad]

ÚVOD

Hlavním úkolem práce bylo zjištění zbytkového napětí v plastovém potrubí, které vzniká v důsledku rychlého ochlazení při výrobním procesu. Pro zkoumání zbytkových napětí bylo využito rozřezávací metody.

Plastové potrubí z materiálu PPR typu 3 (random kopolymer polypropylen) bylo rozděleno na zkušební vzorky s rozdílnou šířkou. Pomocí měřicího přístroje s dotekovou sondou byly získány přesné rozměry vzorků. Vyříznutím části mezikruží bylo dosaženo zdeformování vzorku, který byl opětovně proměřen. Se znalostí materiálu, geometrických rozměrů a deformací je možné vzorky analyzovat, analyticky a numericky zjistit zbytkové napětí.

Analytické řešení vzorků je možné provádět kombinací metod silně zakřivených (tlustých) prutů, Castiglianovy věty a potenciálních deformačních energií.

Pro numerické řešení je možné použít dnes velice rozšířenou metodu konečných prvků. Například programy MSC Nastran/Patran, ANSYS, Marc a mnoho dalších. Pro náš případ byl zvolen ANSYS 14.5, pro svou jednoduchost modeláře. S cílem dosáhnout co nejpřesnějších výsledků byl vzorek deformován ve více rovinách, což zajistilo dosažení tvaru skutečně zdeformovaného vzorku.

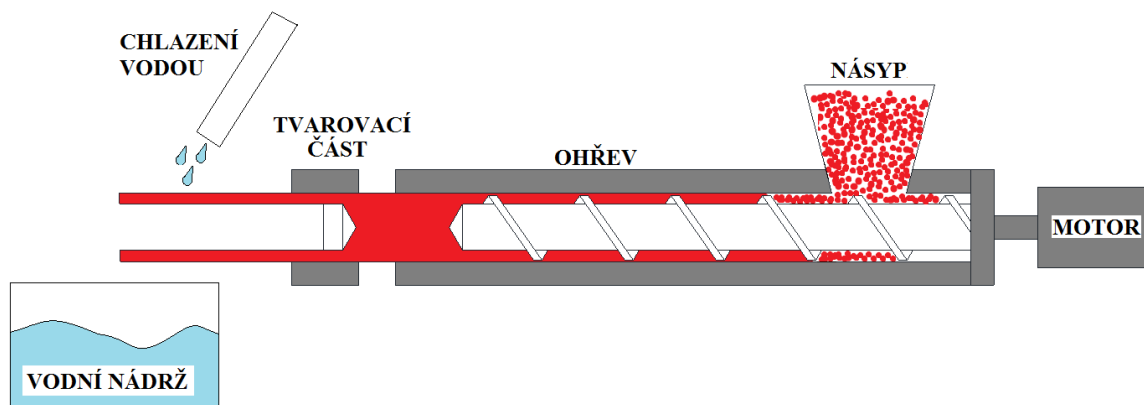
Výsledky získané analytickými a numerickými výpočty byly porovnány.

1 ZBYTKOVÉ NAPĚTÍ V PLASTECH

Je definováno jako napětí vyskytující se v materiálu bez jakéhokoliv působení vnějšího zatížení. Zbytkové napětí se vyskytuje prakticky ve všech technických materiálech a patří k činitelům, které mohou výrazně ovlivňovat napěťový stav a tedy spolehlivost součástí. Avšak vliv zbytkového napětí může v daných případech působit příznivě na faktory spolehlivosti.

1.1 VZNIK ZBYTKOVÝCH NAPĚTÍ V POTRUBÍ

Plastové potrubí je vyráběno metodou vytlačování (Obr. 1.1), kdy do výrobního zařízení přivádíme granulovaný materiál, který je pomocí šnekového dopravníku tlačén přes část, kde se materiál zahřeje na tvárnou teplotu (160°C) a je natlačen do tvarovací části. Následně je vzniklé potrubí chlazeno vodou. [1]



Obr. 1.1 – schéma výrobního zařízení [1]

Důsledkem rychlého ochlazení je vznik zbytkového napětí, kdy se vnější povrch ochlazuje rychleji než vnitřní, což má za následek vznik tlakového tangenciálního napětí na vnějším povrchu a tahového napětí na vnitřním povrchu potrubí. Zbytkové napětí zvyšuje tlak, který může působit na vnitřní stěny potrubí. [1]

2 EXPERIMENTÁLNÍ METODY ZJIŠŤOVÁNÍ ZBYTKOVÝCH NAPĚTÍ

Při experimentálním vyšetřování zbytkových napětí v materiálech rozlišujeme tyto metody:

- a) destruktivní
- b) polodestruktivní
- c) nedestruktivní

2.1 DESTRUKTIVNÍ METODY

Jsou založeny na velice jednoduchých principech. Po oddělení části zkoumaného dílce dochází vlivem zbytkového napětí k deformacím. Pomocí geometrie původního tvaru a vzniklých deformací můžeme následně určit velikost zbytkových napětí. Nevýhodou bývá, značné poškození, či úplné znehodnocení zkoumaného dílce. Avšak destruktivní metody patří k nejpřesnějším metodám. [2]

2.1.1 SACHSOVA METODA

Řadí se k nejstarším používaným metodám. Je založena na principu odstraňování tenkých vrstev materiálu z vyšetřované oblasti dílce. Po odstranění každé vrstvy měříme deformace (pomocí tenzometrů), z nichž následně vypočteme hodnoty napětí působících v odstraněných vrstvách.

Základní vztahy: platí pro desku o rozměrech $\mathbf{b} \times \mathbf{h}$, kde zbytkové napětí vyšetřujeme ve vzdálenosti \mathbf{a} od základní hrany. [2]

Pro rovinnou napjatost:

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\mu^2} \cdot (w_x - \mu \cdot u_y), \quad (1)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\mu^2} \cdot (w_y - \mu \cdot u_x), \quad (2)$$

$$\text{kde: } w_x = \frac{1}{2}(h-a) \cdot \frac{d\varepsilon_x}{da} - 2 \cdot \varepsilon_x + 3 \cdot (h-a) \cdot \int_0^a \frac{\varepsilon_x}{(h-a)^2} \cdot da, \quad (3)$$

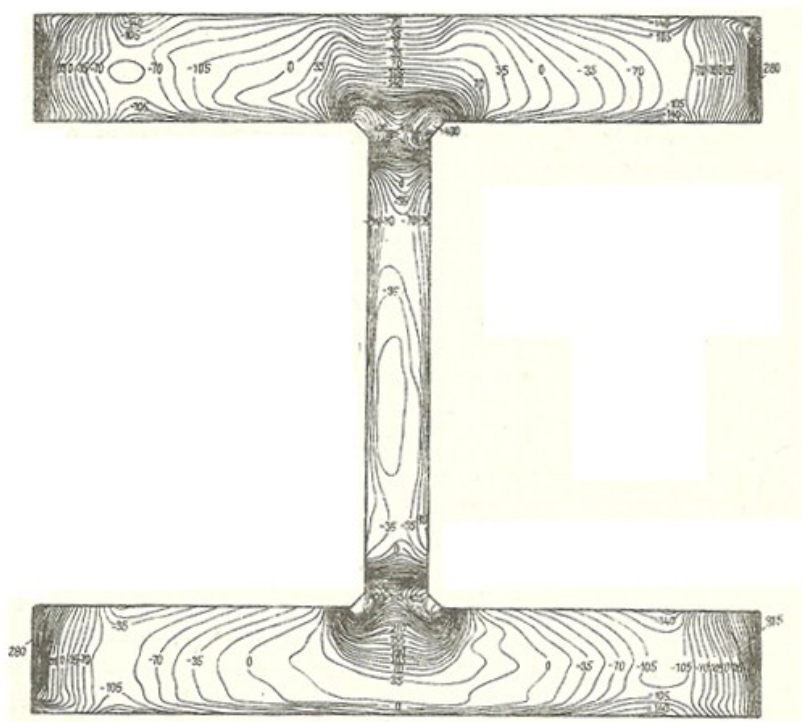
$$u_y = \frac{1}{2}(h-a) \cdot \frac{d\varepsilon_y}{da} - 2 \cdot \varepsilon_y + 3 \cdot (h-a) \cdot \int_0^a \frac{\varepsilon_y}{(h-a)^2} \cdot da. \quad (4)$$

Vztahy odvozeny v literatuře [2]

2.1.2 ROZŘEZÁVACÍ METODA

Touto metodou je možné vyšetřovat pouze makroskopická zbytková napětí a to u součástí, u nichž lze předpokládat jednoosý napěťový stav. Vychází se z platnosti Hookova zákona a znalosti původních rozměrů a následných deformací po aplikaci rozřezávací metody. Pomocí topografického zobrazení je na obrázku (Obr. 2.1) viditelné zbytkové

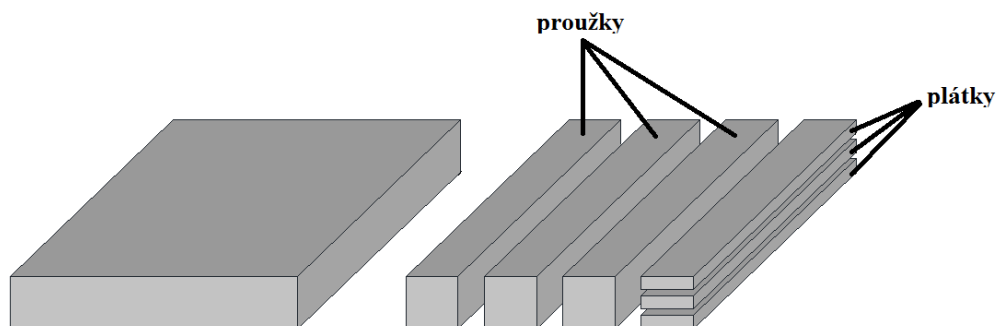
napětí v ocelovém nosníku, rozřezaném kyslikoacetylenovým plamenem. Gradienty napětí jsou dobře viditelné v místech svarů. [2]



Obr. 2.1. – ukázka rozřezávací metody [2]

2.1.3 PROUŽKOVACÍ A PLÁTKOVACÍ METODA

Vyšetřovaná součást je nejprve rozdělena na vhodně zvolené a dostatečně velké proužky a dále na plátky (Obr. 2.2). Na vzniklé elementy přestávají působit vazby okolního materiálu a tak se vrací do původního stavu, který existoval v tělese před vznikem vlastního pnutí. Z velikosti elastické změny takových elementů pak lze usoudit velikost vlastního pnutí. Délková změna proužků určuje velikost vlastního pnutí v podélném směru. Délková změna plátků pak určuje velikost vlastního pnutí kolmého na podélnou osu. [2]



Obr. 2.2. – proužkovací a plátkovací metoda [2]

2.2 POLODESTRUKTIVNÍ METODY

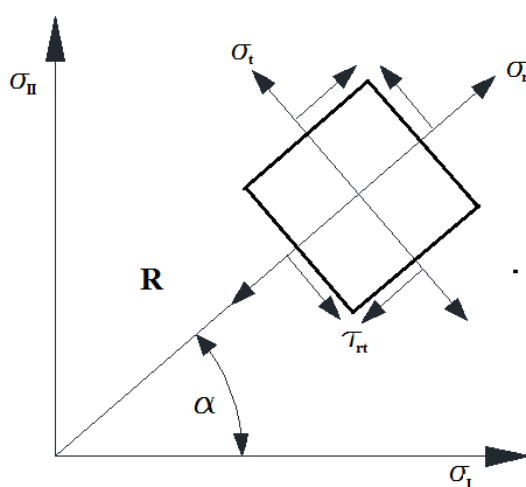
U těchto metod bývá poškození zkoumaného tělesa jen minimální, s malým vlivem na funkčnost. Případně po provedení měření je možné vhodným způsobem poškození opravit. Díky této skutečnosti lze provádět měření zbytkových napětí přímo na skutečných součástech, nikoli pouze na modelech, jak tomu bylo v předchozí části. Tyto metody jsou ekonomičtější, avšak nemusí být tak přesné jako destruktivní metody, což může být způsobeno tím, že při polodestruktivních metodách se zbytkové napětí nemusí uvolnit úplně. [2]

2.2.1 ODVRTÁVACÍ METODY

Metoda spočívá v určení změny napjatosti (deformací) vzniklé při odvrtání vzorku, ve kterém se vyskytuje zbytkové napětí. Deformace může být určena prostřednictvím optických metod či pomocí odporových tenzometrů. Je možné využívat i neprůchozích vyvrtaných otvorů, avšak určení zbytkových napětí může být značně složitější. [3]

Základní vztahy:

Na vyvrtaný průchozí otvor v rozmezí $(0,3 - 0,5) \cdot D_m$, působí hlavní zbytková napětí σ_I , σ_{II} . V souladu se zavedeným souřadnicovým systémem na elementárním prvku ve vzdálenosti R od počátku působí napětí σ_r , σ_t , τ_{rt} . V počátku souřadnicového systému po odvrtání otvoru, dosáhnou tato napětí hodnot σ_r' , σ_t' , τ_{rt}' (Obr. 2.3). [4]



Obr. 2.3 – rozbor zbytkového napětí na elementárním prvku [4]

Změny napětí jsou dány vztahy:

$$\Delta\sigma_r = \sigma'_r - \sigma_r, \quad (5)$$

$$\Delta\sigma_t = \sigma'_t - \sigma_t, \quad (6)$$

$$\Delta\tau_{rt} = \tau'_{rt} - \tau_{rt}. \quad (7)$$

Změny napětí jsou dále doprovázeny změnami délkových přetvoření:

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} \cdot (\Delta\sigma_r - \mu \cdot \Delta\sigma_t), \quad (8)$$

$$\varepsilon_t = \frac{1}{E} \cdot (\Delta\sigma_t - \mu \cdot \Delta\sigma_r). \quad (9)$$

Tyto hodnoty přetvoření odpovídají pouze 25 – 30 % působících zbytkových napětí. Proto po sloučení výše uvedených rovnic dostaneme velikost délkových přetvoření, která mohou být zaznamenána pomocí odporových tenzometrů: [4]

$$\varepsilon_r = \sigma_I \cdot (A + B \cdot \cos 2\alpha) + \sigma_{II} \cdot (A - B \cdot \cos 2\alpha), \quad (10)$$

$$\varepsilon_t = \sigma_I \cdot (-A + C \cdot \cos 2\alpha) + \sigma_{II} \cdot (-A - C \cdot \cos 2\alpha). \quad (11)$$

Vystupují kalibrační koeficienty:

$$A = -\frac{(1+\mu)}{2E} \cdot \frac{1}{r^2}, \quad (12)$$

$$B = -\frac{(1+\mu)}{2E} \cdot \left[\frac{4}{(1+\mu)} \cdot \frac{1}{r^2} - \frac{3}{r^4} \right], \quad (13)$$

$$C = -\frac{(1+\mu)}{E} \cdot \left[-\left(\frac{4\mu}{1+\mu} \right) \cdot \frac{1}{r^2} - \frac{3}{r^4} \right]. \quad (14)$$

Přičemž r je bezrozměrný parametr:

$$r = \frac{R}{R_0} = \frac{R}{\frac{D_0}{2}}. \quad (15)$$

Vztahy odvozeny v literatuře [4]

2.2.1.1 VYUŽITÍ TENZOMETRŮ

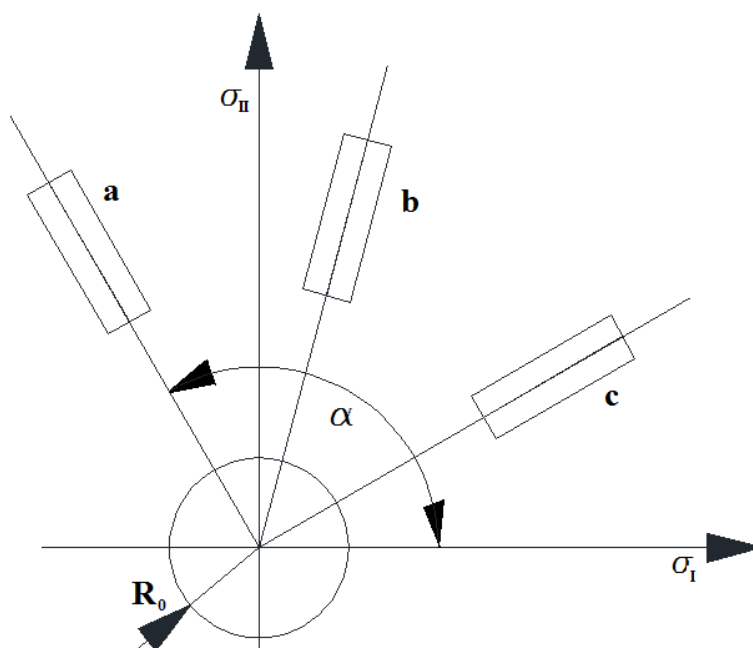
Metoda je založena na předpokladu, že po vyvrtání otvoru do součásti, dojde vlivem zbytkového napětí k deformacím otvoru. Okolo otvoru je připevněna tenzometrická růžice, která snímá deformace v okolí otvoru.

S využitím tenzometrické růžice $0^\circ / 45^\circ / 90^\circ$ (Obr. 2.4) a výše uvedených vzorců (10-15) platí pro radiální délkové přetvoření ε_r tyto vztahy (tečné přetvoření ε_t je podstatně menší než radiální přetvoření ε_r a proto není vhodné pro měření). [4]

$$\varepsilon_a = A \cdot (\sigma_I + \sigma_{II}) + B \cdot (\sigma_I - \sigma_{II}) \cdot \cos 2\alpha, \quad (16)$$

$$\varepsilon_b = A \cdot (\sigma_I + \sigma_{II}) + B \cdot (\sigma_I - \sigma_{II}) \cdot \cos(2\alpha - 90^\circ), \quad (17)$$

$$\varepsilon_c = A \cdot (\sigma_I + \sigma_{II}) + B \cdot (\sigma_I - \sigma_{II}) \cdot \cos(2\alpha - 180^\circ). \quad (18)$$



Obr. 2.4 – tenzometrická růžice [4]

Řešením je:

$$\sigma_{I,II} = \frac{(\varepsilon_a + \varepsilon_c)}{4A} \mp \frac{1}{4B} \cdot \sqrt{(\varepsilon_c - \varepsilon_a)^2 - (\varepsilon_a + \varepsilon_c - 2\varepsilon_b)^2}. \quad (19)$$

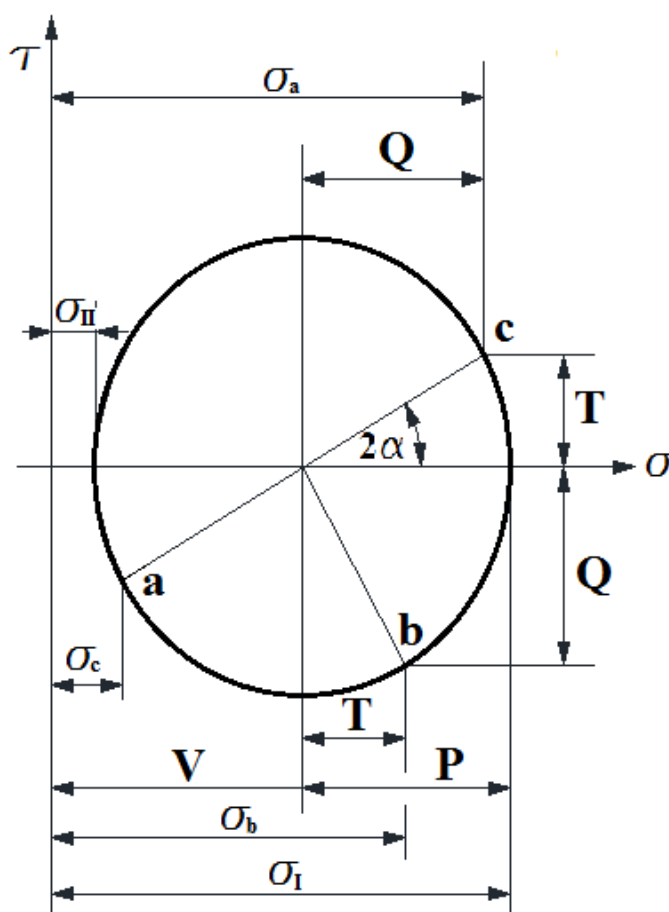
Po zavedení pomocných konstant (Obr. 2.5):

$$P = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{4A} = \frac{\sigma_I + \sigma_{II}}{2}, \quad T = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c - 2\varepsilon_b}{4A}, \quad (20), (21)$$

$$Q = \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_a}{4A} = \frac{\sigma_I - \sigma_{II}}{2} \cdot \cos 2\alpha, \quad V = \sqrt{Q^2 + T^2} = \frac{\sigma_I - \sigma_{II}}{2}, \quad (22), (23)$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{T}{Q}. \quad (24)$$

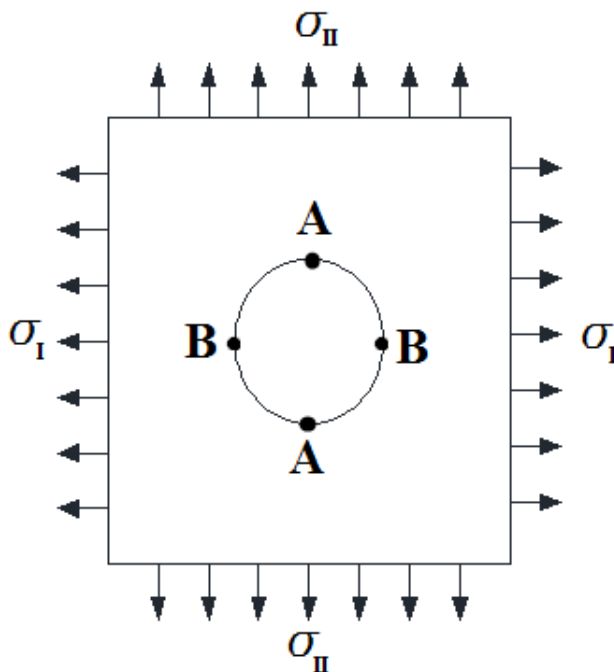
Vztahy odvozeny v literatuře [4]



Obr. 2.5 – Mohrova kružnice [4]

2.2.1.2 VYUŽITÍ FOTOELASTICKÉ VRSTVY

Také nazývaná reflexní fotoelasticimetrie. Vychází ze stejných předpokladů jako v předchozí metodě. Zkoumanou součást je potřeba pokrýt tenkou vrstvou fotoelastického materiálu a součást provrtat (Obr. 2.6). Zbytkové napětí v součásti je možné určit z fotoelastického obrazce, který vznikne po zdeformování součásti. Je možné určovat jednoosou i víceosou napjatost. [3]



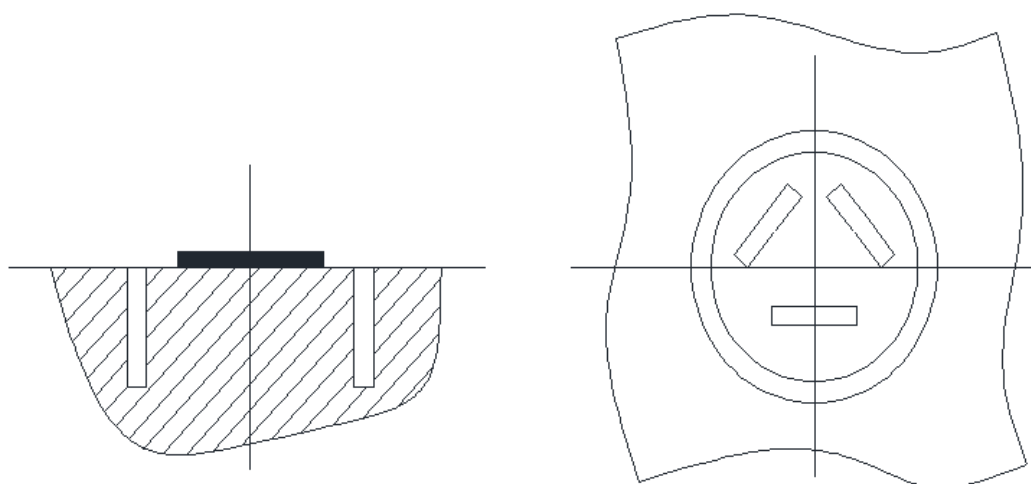
Obr. 2.6 – zkoumání napětí pomocí fotoelastické vrstvy [3]

Potřebné vztahy [3]:
$$\sigma_I = \frac{E \cdot f_\sigma}{4 \cdot h_c \cdot E_c} \cdot N_A, \quad (25)$$

$$\sigma_{II} = \frac{E \cdot f_\sigma}{4 \cdot h_c \cdot E_c} \cdot N_B. \quad (26)$$

2.2.1.3 METODA ODVRTÁVÁNÍ MEZIKRUŽÍ

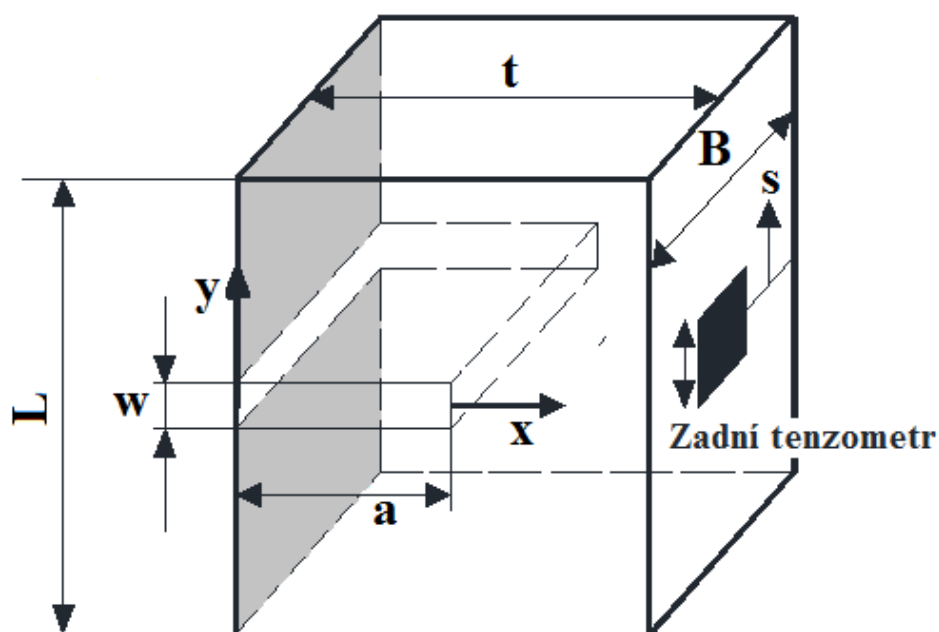
Též nazývaná metoda sloupku. Do zkoumaného materiálu je vytvořen tzv. sloupek o průměru 15 – 150 mm a hloubce drážky (0,25 ÷ 1,5) průměru sloupku. Vzniklé deformace jsou převážně měřeny pomocí odporových tenzometrů, příklad rozmístění tenzometrů (Obr. 2.7). Metoda je považována za polodestruktivní, ale v mnoha případech může být narušení součásti značné, proto se využívá hlavně u velkých součástí. [4]



Obr. 2.7 – metoda odvrtávání mezikruží [4,2]

2.2.2 METODA DRÁŽKY

Tato metoda je alternativou odvrtávací metody. Tenzometry jsou přilepeny na přední a zadní část zkoumané součásti. Drážka bude prohlubována po velice malých (inkrementálních) přírůstcích (Ob. 2.8). Výhodou této metody je, že velikost zbytkových napětí lze stanovit jak na povrchu součásti, tak i uvnitř. Nevýhodou však je, že zbytková napětí lze zjistit jen ve směru kolmém k drážce. [5]



Obr. 2.8 – metoda drážky [5]

2.3 NEDESTRUKTIVNÍ METODY

Těmito metodami nedochází k narušení zkoumaného dílce. Využívají závislosti mezi fyzikálními nebo krystalickými vlastnostmi materiálu a zbytkovým napětím. [2]

2.3.1 FOTOELASTICIMETRIE

Optická experimentální metoda, pomocí které lze zjistit velikost napětí v celých tělesech, nikoli jen v určité části jako například tenzometrickými metodami. Metodu můžeme rozdělit do tří skupin:

- a) Rovinná fotoelasticimetrie
- b) Reflexní fotoelasticimetrie (fotostres)
- c) Prostorová fotoelasticimetrie

Fotoelasticimetrie je založena na principu dvou optických jevů, a to polarizaci světla a dočasném dvojlomu.

Polarizace světla: usměrnění kmitů světelného paprsku do jedné roviny, čímž vzniká světlo přímkově polarizované. Polarizace může nastat třemi způsoby:

- a) Odrazem
- b) Lomem
- c) Dvojlomem - nastává po průchodu polarizátorem (krystal islandského vápence, uměle zhotoveného polaroidu)

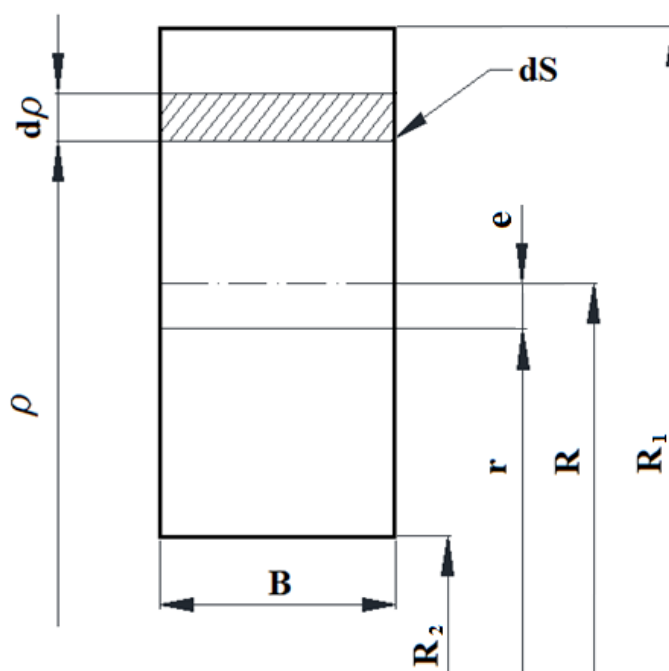
Složením vlnění dvou k sobě kolmých přímkově polarizovaných paprsků se stejnými amplitudami a fázovým posuvem rovným čtvrtině vlnové délky, je dosaženo kruhově polarizovaného světla. Na přímkově a kruhově polarizovaném světle je založena metoda fotoelasticimetrie.

Dočasný dvojlom: některé materiály se v nezatíženém stavu chovají jako opticky izotropní a při mechanickém zatížení se chovají jako opticky anizotropní s vlastnostmi dvojlomných krystalů. [6]

3 TEORIE SILNĚ ZAKŘIVENÝCH PRUTŮ

Pokud je splněna podmínka $R/h \leq 5$ je možné jej považovat za silně zakřivený prut, někdy také nazývaný tlustý křivý prut. Teorie silně zakřivených prutů vychází z předpokladu zachování rovinnosti a symetrie příčných průřezů při zatěžování a předpokladu o platnosti prutové napjatosti. Dalším kritériem je také předpoklad, že poměr R/h je minimálně řádově roven jedné. U tlustých křivých prutů je neutrální osa posunuta o hodnotu excentricity od těžiště (Obr. 3.1). [8]

3.1 VÝPOČET NORMÁLOVÉHO NAPĚTÍ



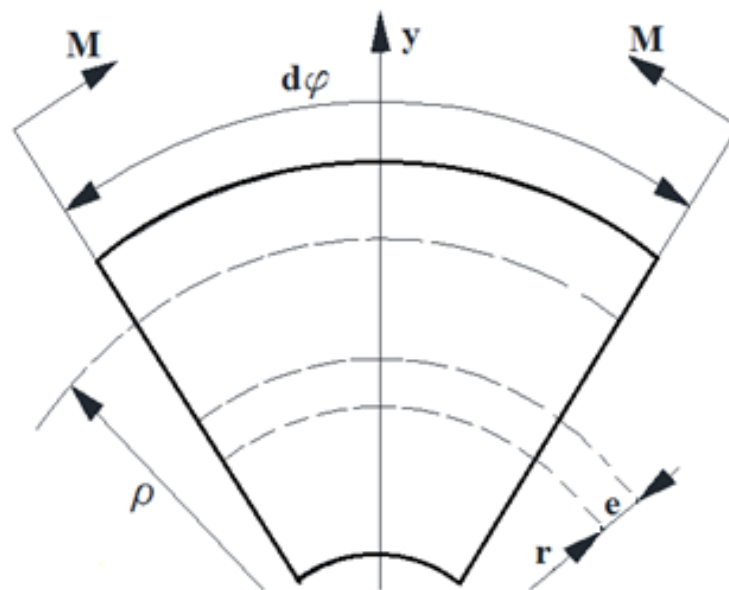
Obr. 3.1 – řez silně zakřiveným prutem [8]

Vztah pro poloměr křivosti neutrální osy:

$$r = \frac{S}{\int_{(s)} \frac{dS}{\rho}}. \quad (27)$$

Excentricita osy je dána vztahem:

$$e = r - R. \quad (28)$$



Obr. 3.2 – silně zakřivený prut

Napětí vzniklé ohybovým momentem (Obr. 3.2) se vypočte dle vztahu:

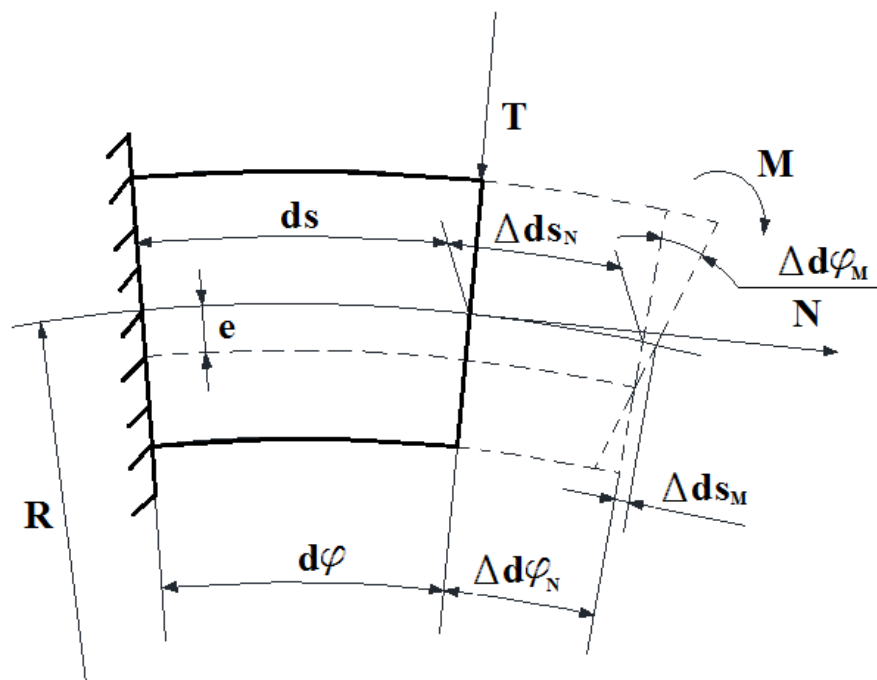
$$\sigma_M = \frac{M_z \cdot y}{S \cdot e \cdot (r - y)}. \quad (29)$$

Odvození uvedených vztahů (27,28,29) je uvedeno v literatuře [8]

3.2 DEFORMACE SILNĚ ZAŘIVENÝCH PRUTŮ

Výpočet je možné provést pomocí Castigliánovy věty. Musí být však zjištěna potenciální energie deformací křivého prutu s ohledem na změnu křivosti během deformací.

Vlivem osové síly N dochází posunutí řezu po střednici Δds_N a natočení řezu o úhel $\Delta d\varphi_N$. Vlivem posouvající síly T se řez jen posune svisle dolů a nedojde k natočení. Působením ohybového momentu M se řez natočí o úhel $\Delta d\varphi_M$ a prodlouží se na střednici o hodnotu Δds_M (Obr. 3.3). [8]



Obr. 3.3 – deformace silně zakřivených prutů [8]

Celkovou potenciální energii deformace prvku silně zakřiveného prutu je možno vyjádřit:

$$dW = dW_N + dW_T + dW_M + dW_{MN}. \quad (30)$$

Potenciální energie deformace osově síly N:

$$dW_N = \frac{1}{2} \cdot N \cdot \Delta ds_N = \frac{1}{2} \cdot \frac{N^2 \cdot dS}{E \cdot S}. \quad (31)$$

Potenciální energie deformace posouvající síly T:

$$dW_T = \frac{\beta}{2} \cdot T \cdot \Delta ds_T = \frac{\beta}{2} \cdot \frac{T^2 \cdot dS}{G \cdot S}. \quad (32)$$

kde:

β – je součinitel vlivu nerovnoměrně rozloženého smykového napětí na deformační energii, nahromaděnou v objemu od posouvající síly T.

Potenciální energie deformace od ohybového momentu M (pro natočení o úhel $\Delta\varphi_{SM}$):

$$dW_M = \frac{1}{2} \cdot M \cdot \Delta d\varphi_M = \frac{1}{2} \cdot \frac{M^2 \cdot dS}{E \cdot R \cdot S \cdot e}. \quad (33)$$

Potenciální energie deformace od ohybového momentu M (pro natočení o úhel $\Delta\varphi_{SN}$, tato energie je také rovna dW_{NM} , což je potenciální energie deformace osově síly, která se posune po dráze Δd_{SM}):

$$dW_{MN} = dW_{NM} = M \cdot \Delta\varphi_M = N \cdot \Delta d_{SM} = \frac{M \cdot N \cdot dS}{E \cdot S \cdot R}. \quad (34)$$

Odvození uvedených vztahů (30 - 34) je uvedeno v literatuře [8]

3.3 CASTIGLIÁNOVA VĚTA

Za předpokladu, že pro těleso platí princip superpozice, Hookův zákon a je ideálně pružné, Castigliánova věta tedy zní:

Parciální derivace deformační energie tělesa, vyjádřená jako funkce vnějších sil, podle libovolné síly, je rovna složce posuvu působíště této síly v jejím směru. [7]

Posuv se může vyjádřit vztahem:

$$w_i = \frac{\partial A}{\partial F_i}, \quad (35)$$

Pro natočení platí:

$$\varphi_i = \frac{\partial A}{\partial M_j}. \quad (36)$$

Pokud bude platit, že $dA = dW$ může být sloučena Castigliánova věta spolu s deformačními energiemi v prutu a vznikne tedy vztah:

$$w = \int_{(s)} (dW_N + dW_T + dW_M + dW_{MN}) \cdot dS, \quad (37)$$

$$w = \int_{(s)} \left(\frac{N^2}{2 \cdot E \cdot S} + \frac{\beta \cdot T^2}{2 \cdot G \cdot S} + \frac{M^2}{2 \cdot R \cdot E \cdot S \cdot e} + \frac{M \cdot N}{E \cdot S \cdot R} \right) \cdot dS. \quad (38)$$

Odvození uvedených vztahů (35,36,37,38) je uvedeno v literatuře [7]

4 EXPERIMENTÁLNÍ MĚŘENÍ

Obsahem této části bude ujasnění rozřezávací metody pro námi vyšetřované vzorky, dále postupy a výsledky měření.

4.1 ZKOUMANÉ POTRUBÍ A JEHO MATERIÁLOVÉ VLASTNOSTI

Potrubí s výrobním označením HP PPR 63x10,5 PN 20 (Obr. 4.1) je převážně používáno k rozvodům teplé vody (např. podlahové topení).



Obr. 4.1 – ukázka potrubí [9]

Vyšetřované potrubí je vyrobeno z materiálu PPR TYPU 3 (random kopolymer polypropylen). Mezi základní materiálové vlastnosti patří modul pružnosti v tahu $E = 890$ MPa a Poissonova konstanta $\mu = 0,4$ [-]. Materiál se vyznačuje vysokou flexibilitou, odolností v tlaku a ve vyšších teplotách, životnost materiálu dosahuje minimálně 50 let. Je výhodnější oproti kovovým potrubím, která jsou těžká, nákladná, neforemná a podléhají korozi. [9]

4.2 POSTUP MĚŘENÍ

Hlavním úkolem měření bylo získat vnitřní a vnější průměry potrubí v osmi bodech nezdeformovaných vzorků. Po aplikaci rozřezávací metody bylo provedeno další měření ve stejných bodech a bylo možno určit deformace vzorků.

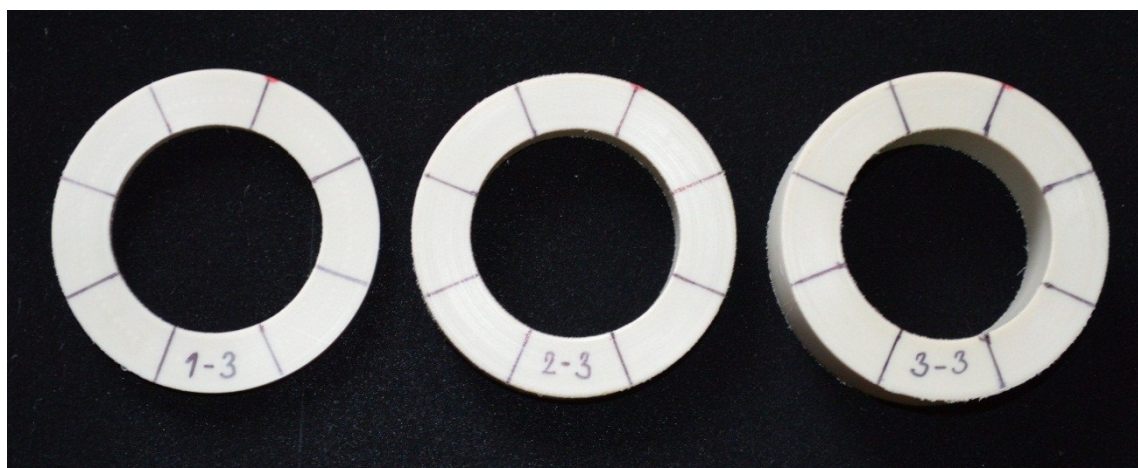
Prvním krokem bylo rozdělení potrubí na experimentální vzorky, byly zvoleny „kroužky“ o šířce 5 / 10 / 20 mm. K dělení potrubí byl využit klasický soustruh na kov S28 a upichovací nůž. Při upínání potrubí bylo potřeba zajistit, aby utažení sklíčidla neovlivnilo napětí v potrubí a proto bylo použito 4 čelistové sklíčidlo pro rovnoměrnější rozložení tlaku čelistí. Experimentální „kroužky“ byly řezány vždy ve vzdálenosti minimálně 100 mm od uchycení do sklíčidla. K zajištění souososti byla použita luneta, která umožnila

snížení tlaku ve skličidle a s využitím vysokých otáček vřetene a malého posuvu supportu bylo dosaženo ideálního povrchu zkušebních vzorků bez silového ovlivnění materiálu (Obr. 4.2).



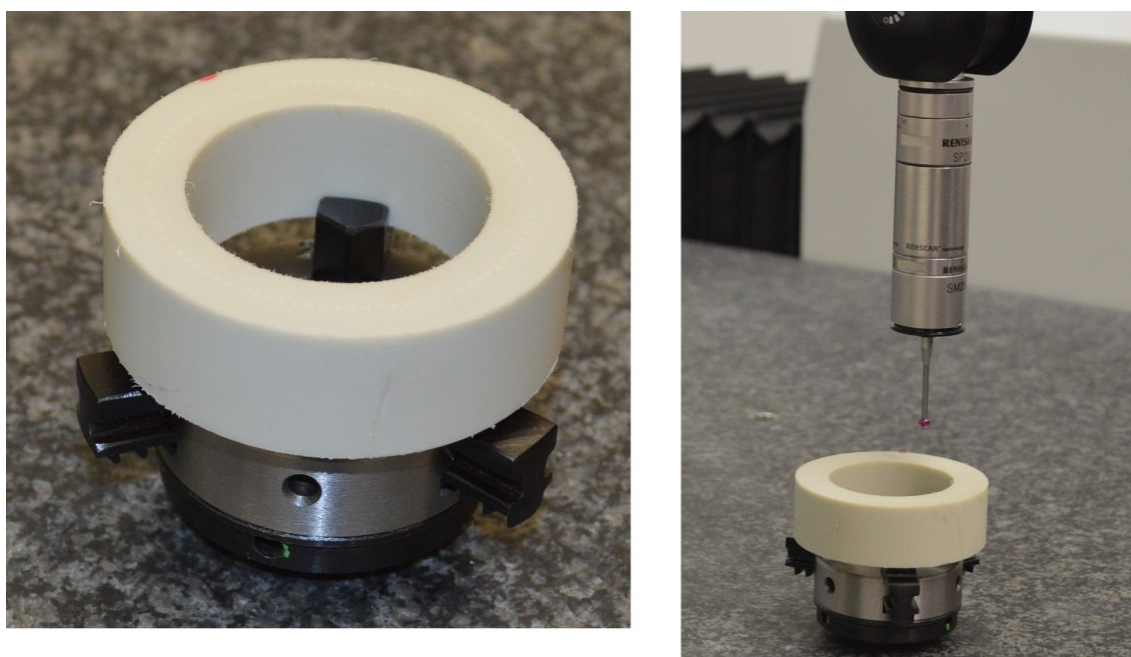
Obr 4.2 – experimentální vzorky

Dalším krokem bylo proměření rozměrů potřebných pro rozřezávací metodu. Měření bylo provedeno pomocí měřicího přístroje Wenzel LH65 X3M. Zkušební vzorky byly proměřeny v osmi bodech na vnější a vnitřní straně. Měřicí body jsou naznačeny na obrázku (Obr. 4.3), kde byly vzorky proloženy čtyřmi rovinami navzájem pootočenými o 45°.



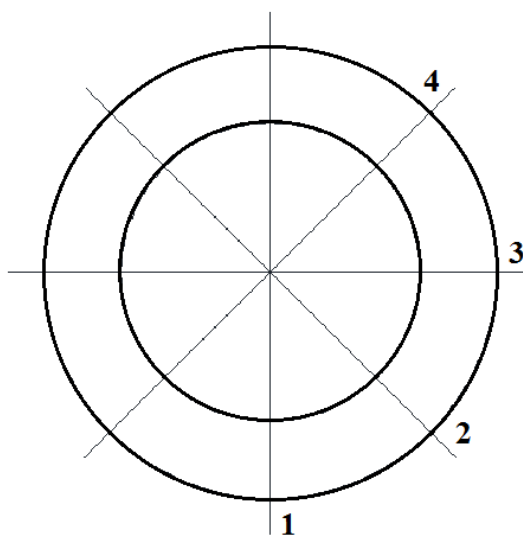
Obr. 4.3 – naznačení měřících bodů

Na měřícím stroji byly vzorky upevněny do malého skličidla a pomocí dotekové sondy SP25M s modulem SM25-1 (Obr. 4.4) změřeny.



Obr. 4.4 – uchycení a sonda na měřicím přístroji

Při měření vzorků byly získány souřadnice měřících bodů, pomocí kterých byly dopočítány průměry v jednotlivých rovinách (Obr. 4.5), měřicí zprávy a souřadnice bodů jsou uvedeny v příloze (Příloha A). V tabulce (Tab. 4.1) jsou uvedeny přepočtené průměry potřebné pro další výpočty.

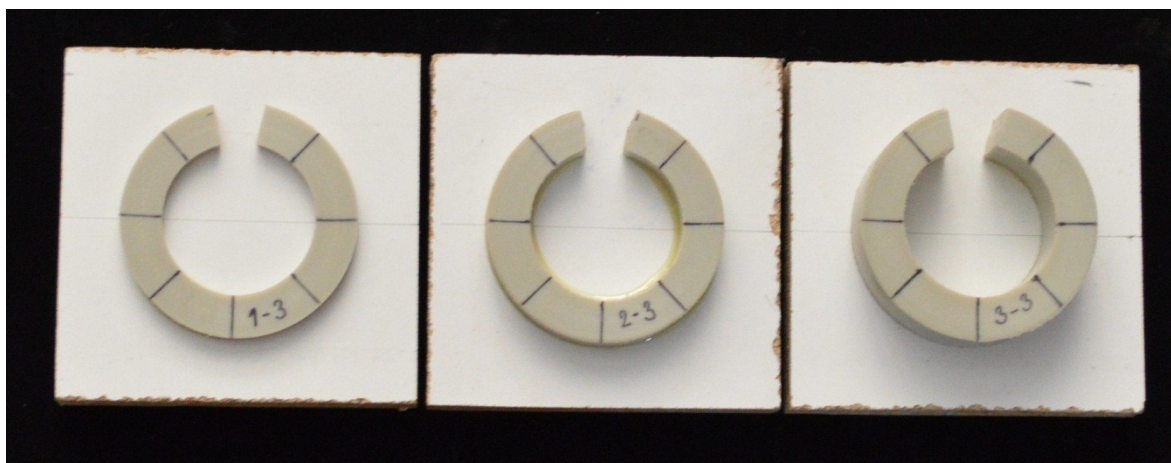


Obr. 4.5 – Označení rovin pro měření

Tab. 4.1 – naměřené hodnoty

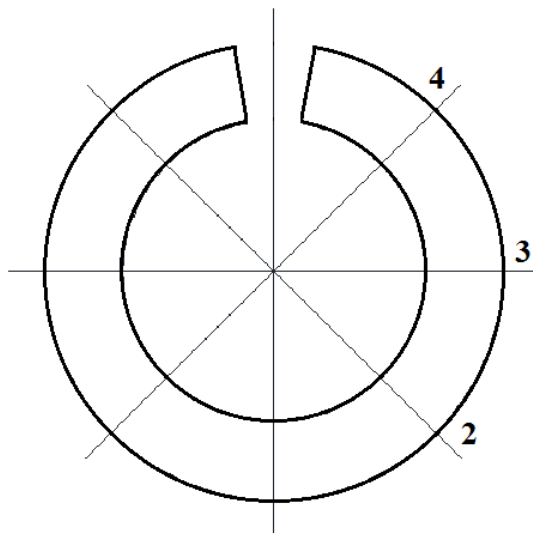
Vzorek	Šířka [mm]	Rovina	Průměr	
			Vnitřní [mm]	Vnější [mm]
1-3	5	1	41,50	63,73
		2	41,29	63,32
		3	41,27	63,46
		4	41,32	63,36
2-3	10	1	41,47	63,73
		2	41,30	63,34
		3	41,29	63,37
		4	41,31	63,32
3-3	20	1	41,43	63,73
		2	41,22	63,34
		3	41,06	63,34
		4	41,06	63,30

Následně byla ze vzorků vyříznuta část mezikruží, po jejímž vyjmutí došlo k deformaci vzorku. Další měření proběhlo opět pomocí měřicího přístroje Wenzel LH65 X3M, avšak nyní musely být vzorky přilepeny na dřevěnou desku (Obr. 4.6) sloužící k zajištění vyšší přesnosti měření, (sklíčidlo i s jemným dotažením by mohlo ovlivnit měření).



Obr. 4.6 – vzorky připevněné k desce

Po deformaci byly vzorky proměřeny jen ve třech rovinách, z důvodu absence vyříznuté části. Měřicí body pro deformovaný vzorek jsou naznačeny na obrázku (Obr. 4.7). Měřicí zprávy a souřadnice bodů jsou uvedeny v příloze (Příloha D) a přepočtené průměry jsou uvedeny v tabulce (Tab. 4.2).



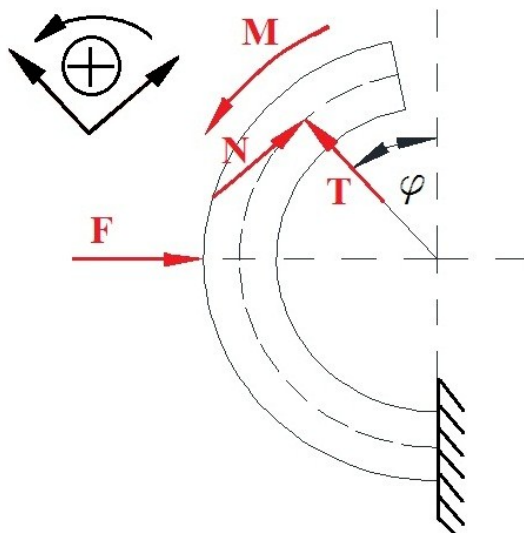
Obr. 4.7 – označení měřicích rovin

Tab. 4.2 – naměřené hodnoty po rozřezání

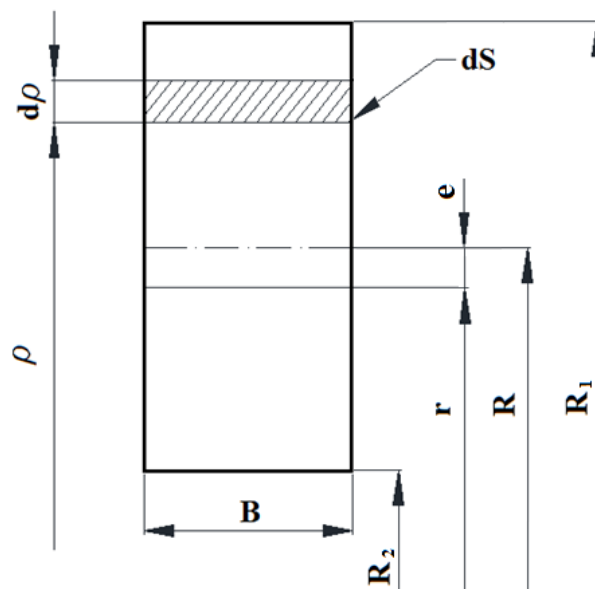
Vzorek	Šířka [mm]	Rovina	Průměr	
			Vnitřní [mm]	Vnější [mm]
1-3	5			
		2	40,18	62,27
		3	40,18	62,4
		4	40,28	62,32
2-3	10			
		2	40,25	62,35
		3	40,16	62,4
		4	40,16	62,34
3-3	20			
		2	40,14	62,36
		3	40,1	62,42
		4	40,05	62,33

5 ANALYTICKÝ VÝPOČET

Při výpočtu metodou silně zakřivených prutů (Obr. 5.2) byla využita symetrie „kroužku“. Do výpočtu si zavedeme doplňkovou sílu F , pod kterou vzniká naměřená deformace w_F v rovině 3 (Obr. 4.7). Do výpočtového modelu jsou zavedeny reakční síly a moment (Obr. 5.1). Za pomoci doplňkové síly F je dopočteno napětí na vnitřní a vnější straně zkušebních vzorků. Potřebné vztahy pro analytický výpočet jsou uvedeny na straně 21.



Obr. 5.1 – výpočtový model



Obr. 5.2 – řez silně zakřiveným prutem [8]

5.1 VÝPOČET ZBYTKOVÉHO NAPĚTÍ U VZORKU 1-3

Zadané hodnoty:

Geometrie:

$$R = 26,21 \text{ mm}$$

$$B = 5 \text{ mm}$$

$$R_1 = 31,74 \text{ mm}$$

$$\beta = 1,2 [-]$$

$$R_2 = 20,69 \text{ mm}$$

$$w_F = 0,53 \text{ mm}$$

Materiál:

$$E = 890 \text{ MPa}$$

$$\mu = 0,4 [-]$$

Kontrola využitelnosti metody tlustých křivých prutů:

$$h = R_1 - R_2 = 31,74 - 20,69 = 11,05 \text{ mm}, \quad (39)$$

$$\frac{R}{h} < 5, \quad (40)$$

$$\frac{26,21}{11,05} = 2,37 < 5.$$

Podmínka je splněna

Výpočet poloměru křivosti neutrální osy (Obr. 7.2):

$$S = B \cdot h = 5 \cdot 11,05 = 55,25 \text{ mm}^2, \quad (41)$$

$$dS = d\rho \cdot B, \quad (42)$$

$$r = \frac{S}{\int_{R_2}^{R_1} \frac{dS}{\rho}} = \frac{S}{\int_{R_2}^{R_1} \frac{B}{\rho} \cdot d\rho} = \frac{S}{B \cdot [\ln \rho]_{R_2}^{R_1}} = \frac{S}{B \cdot \ln \frac{R_1}{R_2}} = \frac{55,25}{5 \cdot \ln \frac{31,69}{20,69}} = 25,816 \text{ mm}. \quad (43)$$

Výpočet excentricity:

$$e = R - r = 26,21 - 25,816 = 0,394 \text{ mm}. \quad (44)$$

Rovnice rovnováhy libovolného elementu:

$$\sum F_{ix} = 0N \rightarrow N + F \cdot \cos \varphi = 0N \rightarrow N = -F \cdot \cos \varphi, \quad (45)$$

$$\sum F_{iy} = 0N \rightarrow T - F \cdot \sin \varphi = 0N \rightarrow T = F \cdot \sin \varphi, \quad (46)$$

$$\sum M_i = 0Nm \rightarrow M + F \cdot R \cdot \cos \varphi = 0N \cdot m \rightarrow M = -F \cdot R \cdot \cos \varphi. \quad (47)$$

Dosazení do rovnic potenciální deformační energie, kde platí:

$$dW = dW_N + dW_T + dW_M + dW_{MN}, \quad (48)$$

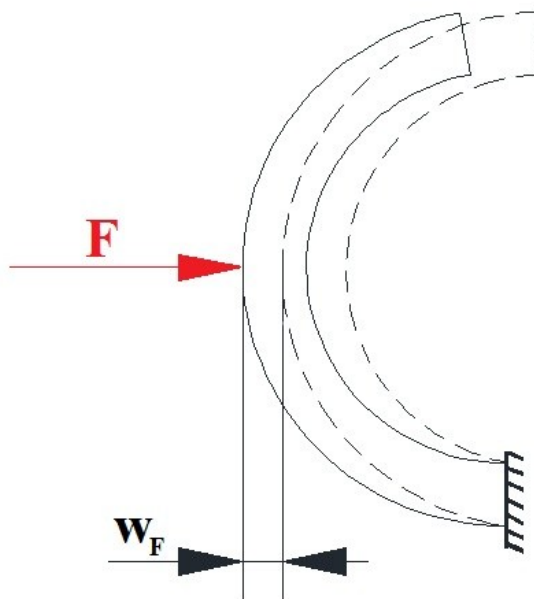
$$dW_N = \frac{1}{2} \cdot N \cdot \Delta ds_N = \frac{1}{2} \cdot \frac{N^2 \cdot dS}{E \cdot S} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(-F \cdot \cos \varphi)^2 \cdot R \cdot d\varphi}{E \cdot S}, \quad (49)$$

$$dW_T = \frac{\beta}{2} \cdot T \cdot \Delta ds_T = \frac{\beta}{2} \cdot \frac{T^2 \cdot dS}{G \cdot S} = \beta \cdot \frac{(1 + \mu) \cdot (F \cdot \sin \varphi)^2 \cdot d\varphi}{E \cdot S}, \quad (50)$$

$$dW_M = \frac{1}{2} \cdot M \cdot \Delta d\varphi_M = \frac{1}{2} \cdot \frac{M^2 \cdot dS}{E \cdot R \cdot S \cdot e} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(-F \cdot R \cdot \cos \varphi)^2 \cdot R \cdot d\varphi}{E \cdot R \cdot S \cdot e}, \quad (51)$$

$$dW_{MN} = N \cdot \Delta ds_M = \frac{M \cdot N \cdot dS}{E \cdot S \cdot R} = \frac{(-F \cdot R \cdot \cos \varphi) \cdot (-F \cdot \cos \varphi) \cdot R \cdot d\varphi}{E \cdot S \cdot R}. \quad (52)$$

Výpočet doplňkové síly F (Obr. 5.3) pomocí Castiglianovy věty, kde platí:



Obr. 5.3 – deformace pod doplňkovou silou

$$\varphi \in \left\langle \frac{\pi}{12}, \pi \right\rangle, \quad (53)$$

$$w_F = \int_0^\varphi (dW_N + dW_M + dW_T + dW_{MN}) \cdot d\varphi \rightarrow F. \quad (54)$$

Modul pružnosti v krutu: $G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu)}$

Po dosazení a vytknutí konstantních hodnot:

$$w_F = \frac{\partial W}{\partial F} \quad (55)$$

$$w_F = \frac{F}{E \cdot S} \cdot \int_{\frac{\pi}{12}}^{\pi} \left(\frac{(-\cos \varphi)^2 \cdot R}{2} + \beta \cdot (1 + \mu) \cdot (\sin \varphi)^2 + \frac{(-R \cdot \cos \varphi)^2}{2 \cdot e} + (-R \cdot (\cos \varphi)^2) \right) \cdot d\varphi \quad (56)$$

substitute:

$$I = \int_{\frac{\pi}{12}}^{\pi} \left(\frac{(-\cos \varphi)^2 \cdot R}{2} + \beta \cdot (1 + \mu) \cdot (\sin \varphi)^2 + \frac{(-R \cdot \cos \varphi)^2}{2 \cdot e} + (-R \cdot (\cos \varphi)^2) \right) \cdot d\varphi \quad (57)$$

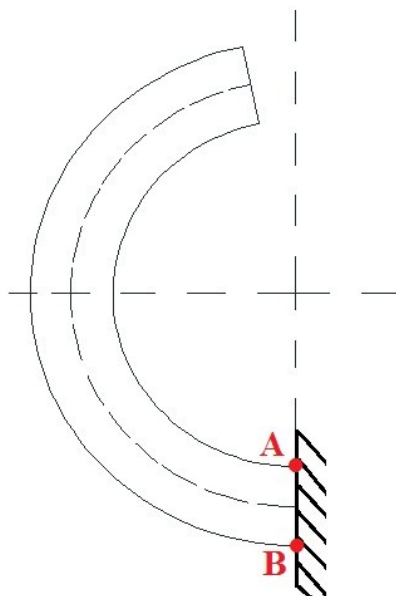
$$I = \left[R \cdot \left(\frac{\sin \varphi \cdot \cos \varphi}{4} + \frac{\varphi}{4} \right) + (1 + \mu) \cdot \beta \cdot \left(\frac{\varphi}{2} - \frac{\sin \varphi \cdot \cos \varphi}{2} \right) + \frac{R \cdot \left(\frac{\sin \varphi \cdot \cos \varphi}{2} + \frac{\varphi}{2} \right)}{2 \cdot e} + R \cdot \left(\frac{\sin \varphi \cdot \cos \varphi}{2} + \frac{\varphi}{2} \right) \right]_{\frac{\pi}{12}}^{\pi}$$

po vyčíslení: $I = 1267,9$

Vyjádření doplňkové síly F:

$$F = \frac{w_F \cdot S \cdot E}{I} = \frac{0,53 \cdot 55,25 \cdot 890}{1267,9} = 20,55 \text{ N} \quad (58)$$

Výpočet zbytkového napětí:



Obr 7.4 – místa pro zkoumání zbytkového napětí

Výpočet napětí v místě A (tlak):

$$\sigma_A = \frac{M \cdot (r - R_2)}{S \cdot e \cdot R_2} = \frac{(-F \cdot R \cdot \cos \varphi) \cdot (r - R_2)}{S \cdot e \cdot R_2} =$$

$$= \frac{(-20,55 \cdot 26,21 \cdot \cos \pi) \cdot (25,816 - 20,69)}{55,25 \cdot 0,394 \cdot 20,69} = -6,15 \text{ MPa}.$$
(59)

Výpočet napětí v místě B (tah):

$$\sigma_B = \frac{M \cdot (R_1 - r)}{S \cdot e \cdot R_1} = \frac{(-F \cdot R \cdot \cos \varphi) \cdot (R_1 - r)}{S \cdot e \cdot R_1} =$$

$$= \frac{(-20,55 \cdot 26,21 \cdot \cos \pi) \cdot (31,74 - 25,816)}{55,25 \cdot 0,394 \cdot 31,74} = 4,62 \text{ MPa}.$$
(60)

5.2 SHRUTÍ VÝSLEDKŮ ANALYTICKÝCH VÝPOČTŮ

Výpočty pro zbylé vzorky jsou téměř totožné s výpočtem pro vzorek 1-3. Zbývající hodnoty napětí jsou uvedeny v tabulce (Tab. 5.1) spolu se základními rozměry a deformacemi zkoumaných vzorků.

Tab. 5.1 – porovnání výsledků analytických výpočtů

	<i>Šířka [mm]</i>	<i>Poloměr [mm]</i>			<i>Deformace [mm]</i>	<i>Fíla [N]</i>	<i>Napětí [MPa]</i>	
<i>Vzorek</i>	B	R	R₁	R₂	w_F	F	σ_A	σ_B
1-3	5	26,21	31,74	20,69	0,53	20,55	-6,15	4,62
2-3	10	26,17	31,73	20,61	0,49	40,96	-6,06	4,54
3-3	20	26,11	31,69	20,53	0,46	78,25	-5,74	4,29

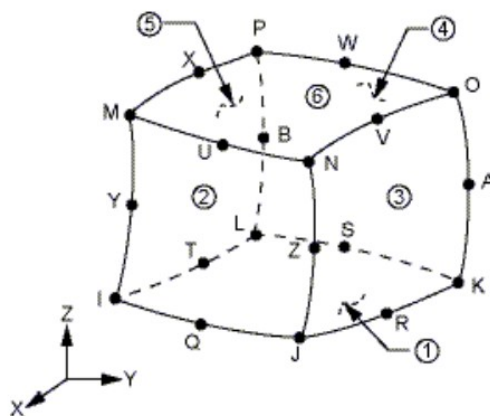
Výsledky výpočtu všech vzorků jsou si velice blízké, rozdíl mezi napětími je způsoben rozdílnou deformací vzorků v rovině 3.

Pomocí analytického výpočtu bylo dosaženo hodnot napětí vzniklého ve vzorcích po deformaci, ale hodnot zbytkových napětí je dosaženo ve chvíli, kdy zaměníme znaménka. Tzn., že σ_A se stane tahovým napětím a σ_B tlakovým napětím.

6 NUMERICKÝ VÝPOČET

V této části bude pozornost věnována numerickému řešení vzorků. Aplikací rozřezávací metody bylo dosaženo již změřených deformací. Při analytickém byla dostačující deformace v jedné rovině, nyní bude nutno dosáhnout vzniklých deformací ve zbývajících rovinách, čímž by mělo být dosaženo přesnějších výsledků oproti analytickým výpočtům. Výpočet byl proveden v programu ANSYS 14.5. Program byl zvolen pro jednoduchost tvorby geometrického modelu.

Model pro MKP analýzu je tvořen z prvků tzv. SOLID 186 (Obr. 6.1). Je to kvadratický 3D prvek, který se skládá z osmi stěn. Prvek je definován 20 uzly, každý má tři stupně volnosti a jsou tedy možné posuvy ve směrech $[x,y,z]$. Prvek podporuje plastičnost, hyperelasticitu, tečení a má velké deformační schopnosti. [9]



Obr. 6.1 - SOLID 186 [9]

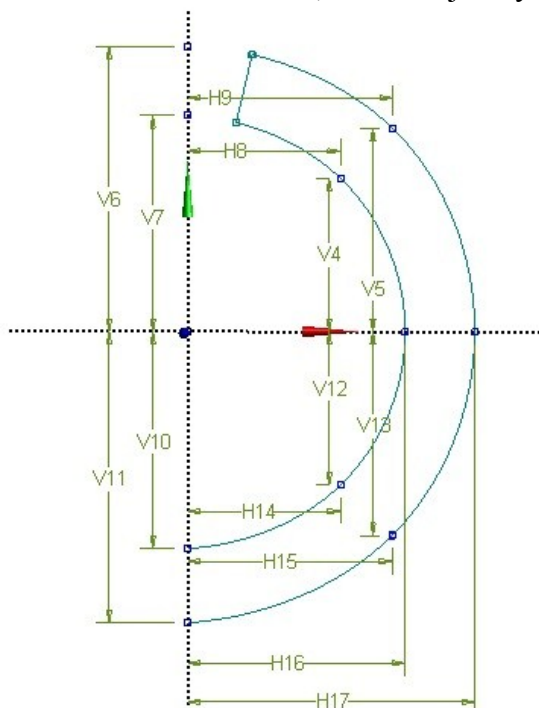
6.1 MKP VÝPOČET

Nyní se bude tvořen geometrický model, síť, okrajové podmínky a shromáždí se výsledky pro vzorek 1-3 jehož šířka je 5 mm.

6.2 GEOMETRICKÝ MODEL

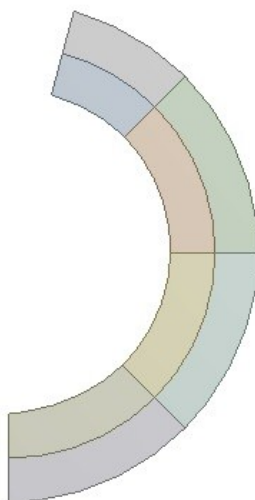
Základní myšlenkou pro tvorbu modelu bylo vytvořit vzorky v původním neporušeném tvaru a pomocí posuvů dosáhnout naměřených deformací ve třech rovinách. Při pouhém nastavení posuvů do měřicích bodů však docházelo k nerovnoměrným deformacím a vzniku gradientů napětí. Proto byla využita tři ocelová tělíska, pomocí kterých docházelo k rovnoměrnější deformaci vzorku.

Při tvorbě geometrického modelu bylo využito dvojí symetrie, díky čemuž byl snížen počet prvků. Díky získaným souřadnicím měřících bodů byl vytvořen geometrický model (Obr. 6.2), který odpovídá skutečnému tvaru vzorku (nerovnoměrnému tvaru, způsobenému výrobním procesem a vlastnostmi materiálu). Body byly dále propojeny pomocí křivky a byla odstraněna část mezikružší, znázorňující výřez materiálu.



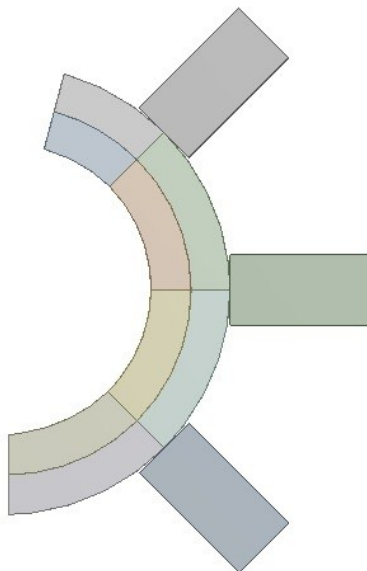
Obr. 6.2 – náčrt geometrického modelu

Po vytvoření tělesa byl vzorek rozdělen na další části (Obr. 6.3). Již při tvorbě náčrtu byl geometrický model tvořen ze dvou užších „kroužků“, kterými byl následně vytvořen celistvý vzorek. Toto dělení bylo poté využito při tvorbě okrajových podmínek. Dále byl model rozdělen třemi rovinami, procházejícími měřícími body. Výsledné řezy budou využity pro vykreslení deformací v daných rovinách a vyhodnocení napětí v kořeni vzorku.



Obr. 6.3 – dělení geometrického modelu

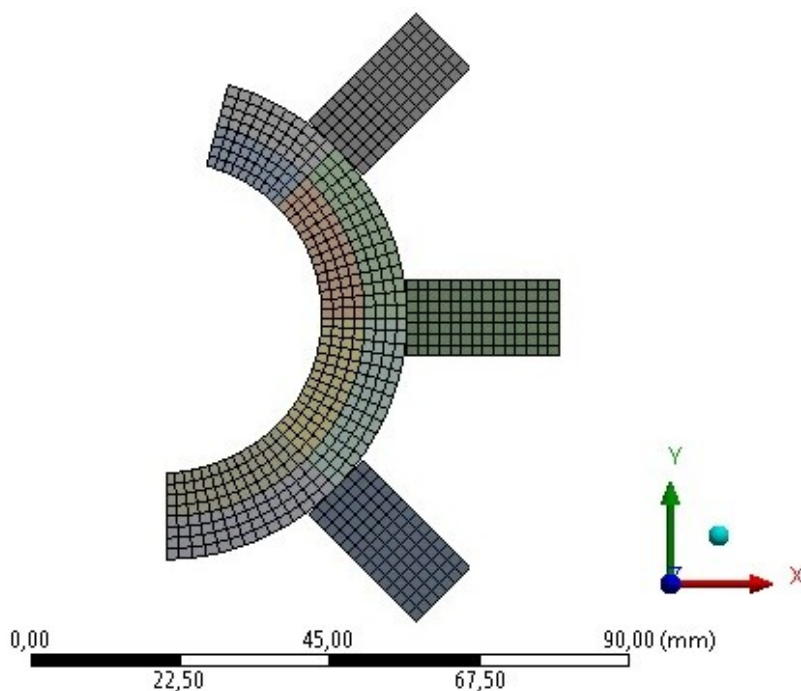
K deformaci byly použity tři ocelové kvádry (Obr. 6.4) o rozměrech 20 x 10 x výška vzorku [mm], ($E=210 \text{ GPa}$, $\mu=0,3$ [-]). Pro zpřesnění výsledků se ukázalo vhodné využití dalších těles k deformaci vzorku, místo zavedení posuvů přímo do měřících bodů, kdy docházelo k deformaci průřezu zkoumaného vzorku. Díky třecímu kontaktu jsou tělíska po deformovaném vzorku posouvána a daří se tedy dosáhnout velice blízkých hodnot deformací.



Obr. 6.4 – tělíska deformující vzorek

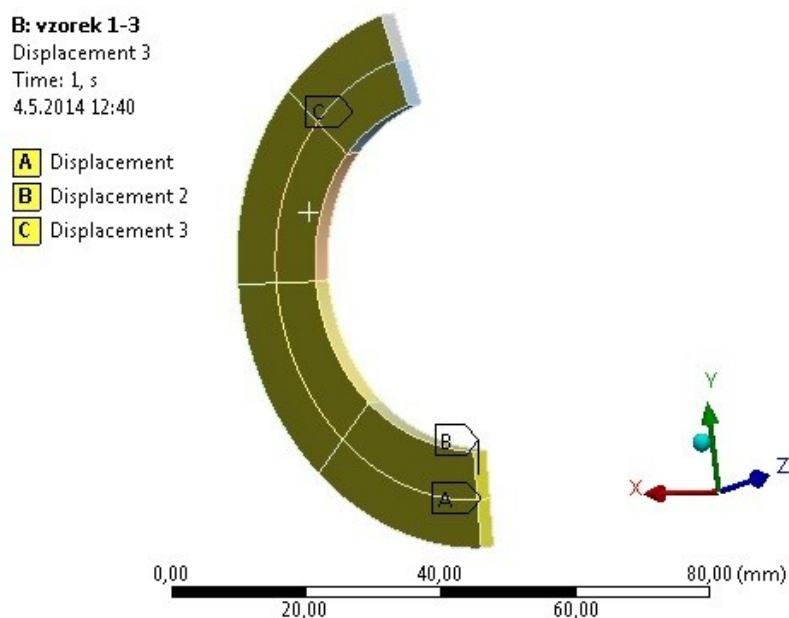
6.3 SÍŤ A OKRAJOVÉ PODMÍNKY

Z hlediska tvarové jednoduchosti byla zvolena hrubší síť (Obr. 6.5), která se skládá z 1 436 elementů a 11 488 uzlů.



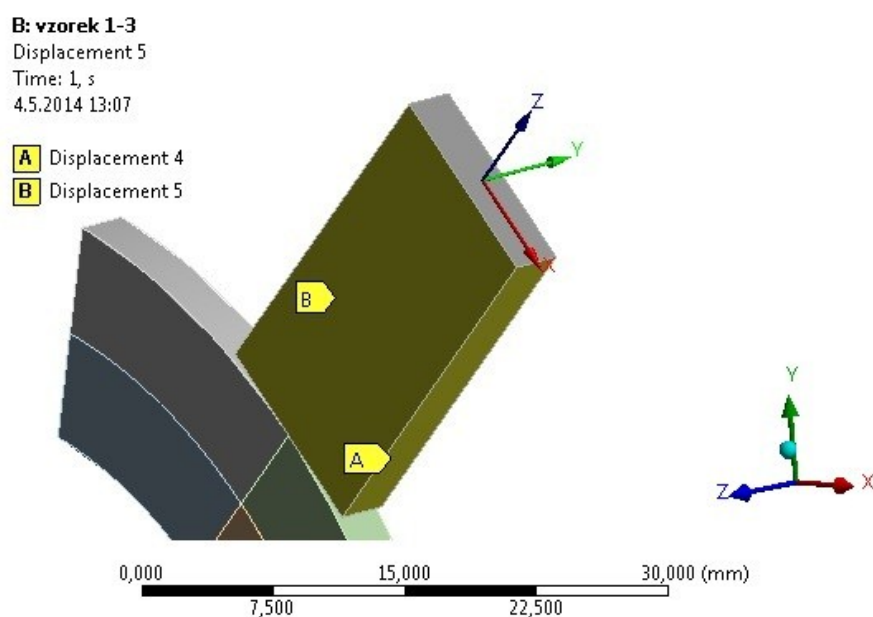
Obr. 6.5 - vytvořená síť

Okrajové podmínky se dají rozdělit do tří částí, a to do vytvoření symetrie zkoumaného vzorku, kdy musí být zamezeno pohybu ve všech směrech (Obr. 6.6). Okrajová podmínka s označením A zabraňuje pohybu v ose Y, s označením B zabraňuje pohybu v ose X a s označením C zabraňuje pohybu v ose Z.



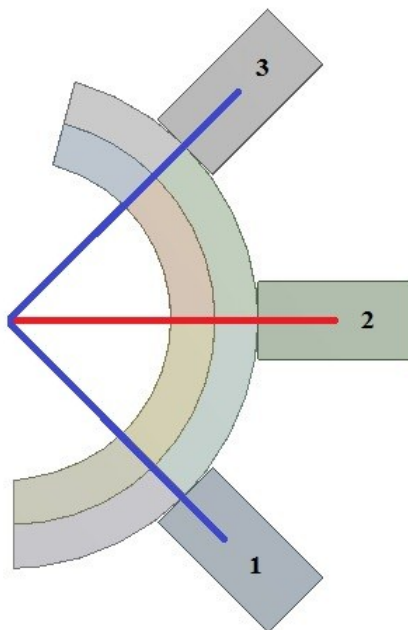
Obr. 6.6 – okrajové podmínky tvořící symetrii

Do další částí můžeme zahrnout zamezení pohybu ocelových tělísek způsobujících deformaci vzorku, aby byl zajištěn pohyb pouze v jednom směru (Obr. 6.7), kterým bude zajištěna deformace. Tělíška mají vlastní souřadný systém a okrajová podmínka s označením A zabraňuje v pohybu v ose X, s označením B zabraňuje pohybu v ose Y.



Obr. 6.7 – okrajové podmínky pro jedno z def. tělísek

Poslední z okrajových podmínek jsou posuvy ocelových tělísek. Pomocí těchto tělísek bude simulována skutečná deformace vzorku, která byla naměřena (obr. 6.8). Jednotlivá tělíska jsou pro přehlednost očíslována.

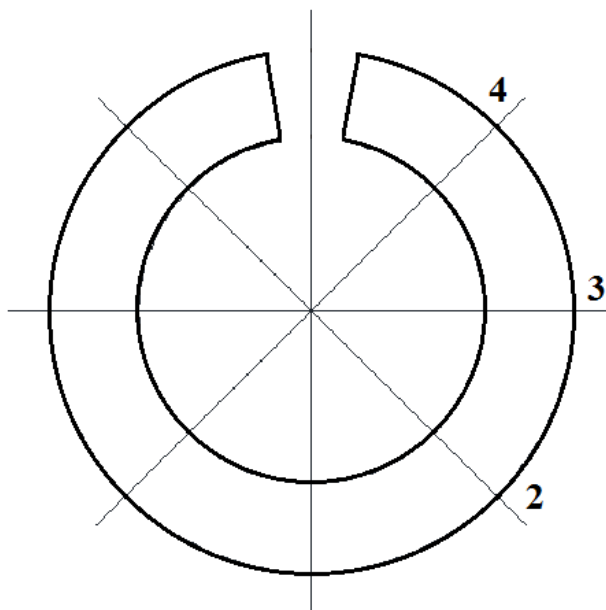


Obr. 6.8 – značení def. tělísek

Pro posuv tělíska č. 2 se, díky symetrii, je jednoduše zadávána polovina hodnoty deformace, která je v červeně označené rovině naměřena. U tělísek č. 1 a 3 však nastává složitější situace. Důležitým poznatkem je, že v modře označených rovinách dochází k porovnatelným deformacím. Nyní však již nemůže být tvrzeno, že posuv tělíska č. 1 je stejný jako č. 3 a zadávána polovina deformací v daných rovinách. Ale díky symetrii musí být součet deformací způsobených vlivem tělísek č.1 a č. 3 stejný, jako deformace v jedné z modrých rovin.

DEFORMACE VZORKU 1-3 (5 MM)

V tabulce (Tab. 6.1) bude porovnána deformace celého průměru v rovinách (Obr. 6.9).



Obr. 6.9 – označení deformačních rovin

Tab. 6.1 – hodnoty deformací

Rovina	Deformace [mm]
2	1,05
3	1,06
4	1,04

6.4 VYHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ MKP

Nyní budou vyhodnocovány výsledky napěťově – deformační analýzy.

6.4.1 DEFORMACE

Při vyhodnocení výsledků musí být v první řadě nahlíženo na deformace v rovinách, ve kterých byly měřeny. Na obrázku (Obr. 6.10) je deformace v rovině 3, u níž využitím symetrie je pracováno pouze s poloviční hodnotou.

A: vzorek 1-3

Directional Deformation 2

Type: Directional Deformation(X Axis)

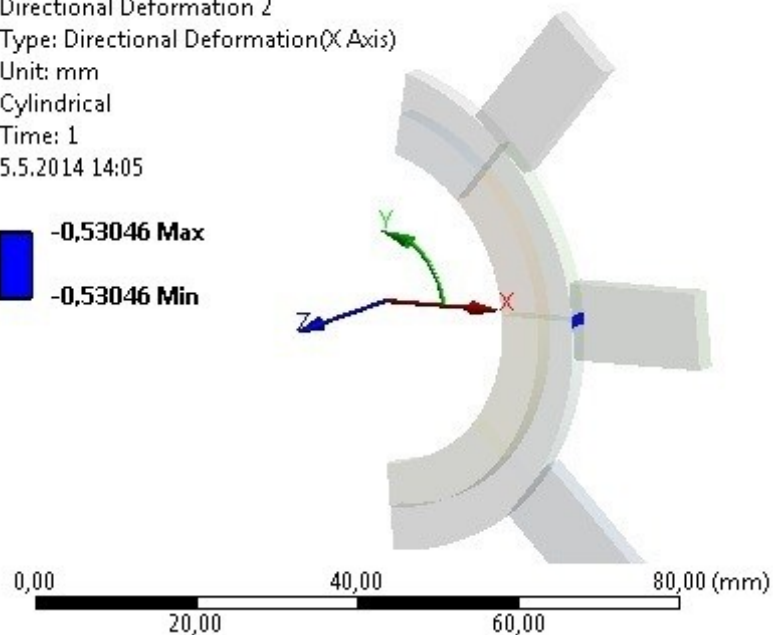
Unit: mm

Cylindrical

Time: 1

5.5.2014 14:05

-0,53046 Max
-0,53046 Min



Obr. 6.10 – deformace vzorku

Ve zbývajících rovinách, díky symetrii, jsou deformace sčítány (Obr. 6.11) a musí být rovné deformacím v rovině 2 nebo 4. Proto byla volba okrajových podmínek dosti komplikovaná, neboť muselo být nalezeno správné rozdělení posuvů v rovinách 2 a 4 a dosáhnout deformace v rovině 3.

A: vzorek 1-3

Directional Deformation

Type: Directional Deformation(X Axis)

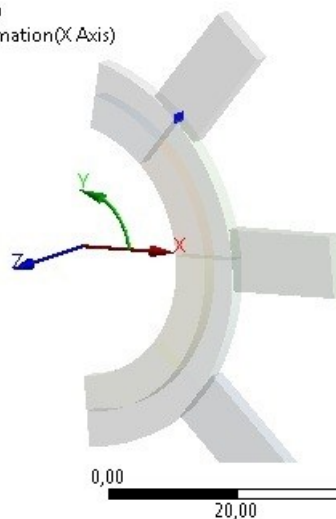
Unit: mm

Cylindrical

Time: 1

5.5.2014 15:04

-0,88276 Max
-0,88276 Min

**A: vzorek 1-3**

Directional Deformation 3

Type: Directional Deformation(X Axis)

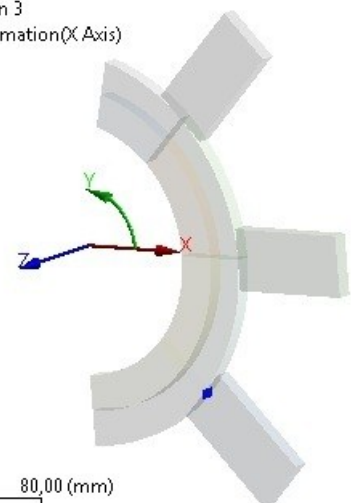
Unit: mm

Cylindrical

Time: 1

5.5.2014 15:06

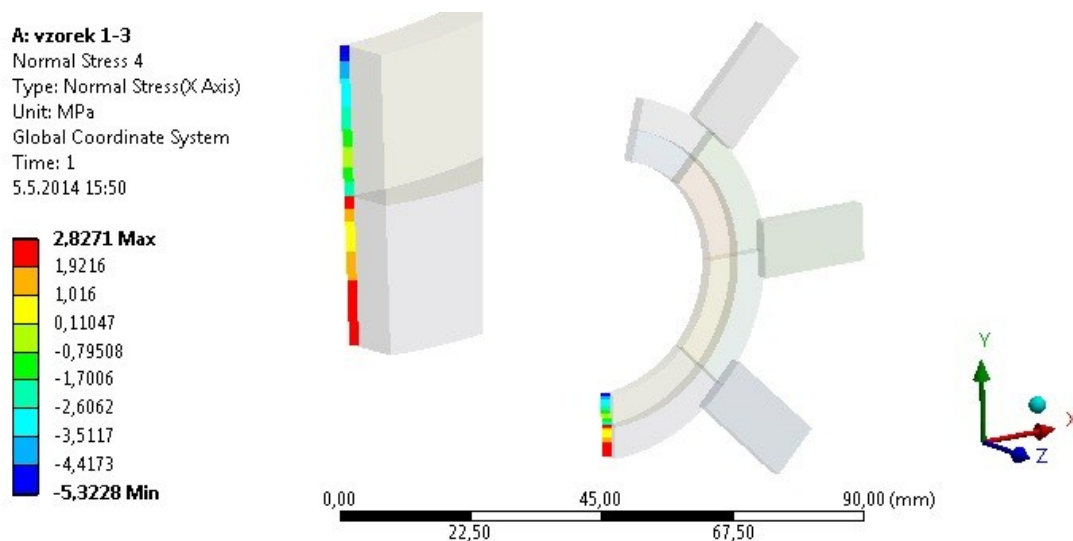
-0,13894 Max
-0,13894 Min



Obr. 6.11 – deformace ve zbylých rovinách

6.4.2 NAPĚTÍ

Bylo dosaženo deformací vyříznutím části mezikruží a stažením vzorku. Na obrázku (Obr. 6.12) je vykresleno napětí v průřezu vzorku. Napětí je po šířce průřezu rozloženo rovnoměrně.



Obr. 6.12 – napětí v průřezu vzorku

6.5 SHRNUTÍ VÝSLEDKŮ NUMERICKÝCH VÝPOČTŮ:

Stejným způsobem byly vypočteny i zbývající vzorky. V tabulce (Tab. 6.2) jsou zaznamenány hodnoty deformací vzorků a zbytkové napětí spočítané metodou konečných prvků.

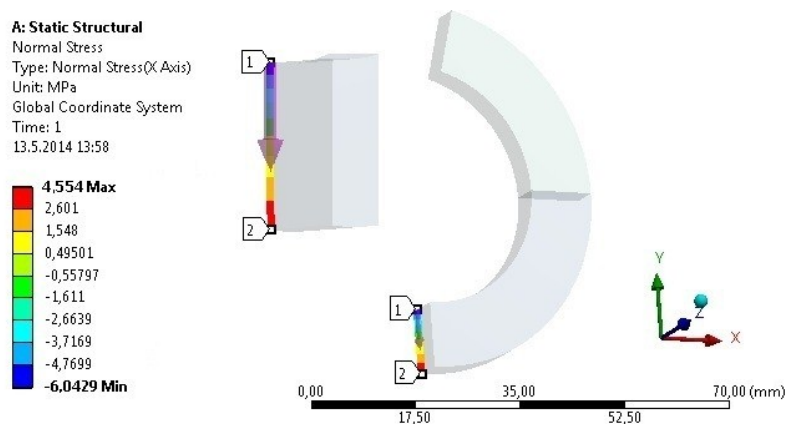
Tab. 6.2 – shrnutí výsledku MKP

	Šířka [mm]	Deformace průměru v rovině [mm]			Napětí [MPa]	
Vzorek	B	2	3	4	σ_A	σ_B
1-3	5	1,05	1,06	1,04	- 5,32	2,83
2-3	10	0,99	0,97	0,98	- 4,8	2,39
3-3	20	0,98	0,92	0,97	- 4,5	2,25

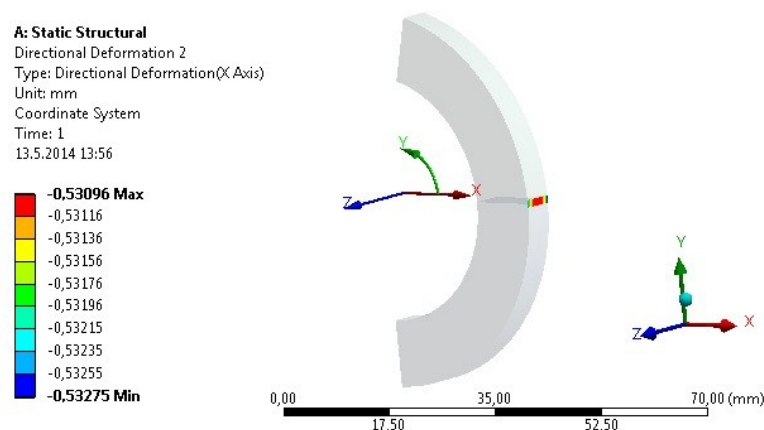
Pomocí numerického výpočtu bylo dosaženo hodnot napětí vzniklého ve vzorcích po deformaci, hodnot zbytkových napětí dosáhneme ve chvíli, kdy zaměníme znaménka. Tzn., že σ_A se stane tahovým napětím a σ_B tlakovým napětím.

6.6 OVĚŘENÍ ANALYTICKÉHO VÝPOČTU POMOCÍ MKP

V programu ANSYS 14.5 byl vytvořen stejný výpočtový model jako u analytického výpočtu, byl zatížen doplňkovou silou odpovídající vypočtené hodnotě. Na obrázku (Obr. 6.13) je vykresleno napětí v průřezu a na obrázku (Obr. 6.14) deformace vzorku.



Obr. 6.13 – napětí na průřezu vzorku



Obr. 6.14 – deformace vzorku

Tab. 6.3 – ověření výsledků analytických výpočtu pomocí MKP

Vzorek	Analytický		MKP	
	Tlak [MPa]	Tah [MPa]	Tlak [MPa]	Tah [MPa]
1-3	-6,15	4,62	-6,04	4,55
2-3	-6,06	4,54	-5,96	4,42
3-3	-5,74	4,29	-5,67	4,21

Výsledky analytického výpočtu a numerického se mírně liší. Při numerickém výpočtu mohou být výsledky ovlivněny působením axiálního napětí, které zabraňuje ostatním napětím se plně rozvinout.

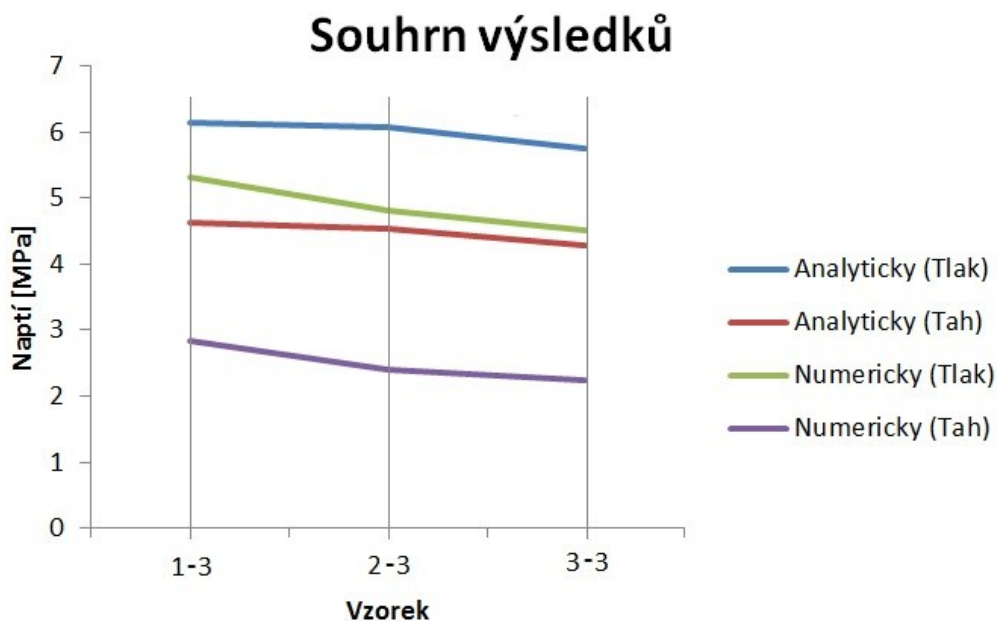
7 SROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ POUŽITÝCH VÝPOČTOVÝCH METOD

V tabulce (Tab. 7.2) je provedeno srovnání použitých metod pro všechny vzorky. Může být porovnáno napětí na vnějších a vnitřních vláknech.

Tab. 7.2 – srovnání dosažených výsledků

Vzorek	Šířka [mm]	Napětí			
		Tlak (vnitřní vlákna) [MPa]		Tah (vnější vlákna) [MPa]	
		Analytický	Numerický	Analytický	Numerický
1-3	5	-6,15	-5,32	4,62	2,83
2-3	10	-6,06	-4,8	4,54	2,39
3-3	20	-5,74	-4,5	4,29	2,25

Pomocí grafu (Graf 7.1) jsou přehledně znázorněny rozdíly mezi analytickou a numerickou metodou. Všechny hodnoty jsou pro přehlednost uvedeny v kladných hodnotách.



Graf 7.1 – srovnání dosažených výsledků

Pomocí analytických a numerických výpočtů bylo dosaženo hodnot napětí vzniklého ve vzorcích po deformaci, ale hodnot zbytkových napětí bude dosaženo ve chvíli, kdy zaměníme znaménka. Tedy z tahového napětí se stává tlakové a naopak.

ZÁVĚR

Základním úkolem práce bylo zjistit zbytkové napětí v plastovém potrubí, které vzniká při tváření metodou protlačování. Důvodem vzniku zbytkového napětí je rychlé ochlazení vnějšího povrchu vodou. Pro zjištění zbytkového napětí bylo využito rozřezávací metody. Pro tento účel bylo potrubí rozděleno klasickým soustruhem na vzorky různých šířek. Dále byly pomocí měřicího přístroje s dotekovou sondou a předem určených rovin získány rozměry na vnější i vnitřní straně vzorků. Následně byla z mezikruží vyříznuta část (s rozsahem cca. 30°) po jejímž vyjmutí došlo k deformaci vzorku. Po opětovném měření jsme byli schopni určit deformace v daných rovinách. Získáním deformací, geometrie a materiálových vlastností vzorků mohly být provedeny analytické a numerické výpočty.

Pro daný případ bylo vhodné využít metodu silně zakřivených prutů, která počítá s vlivem posunutí neutrální osy. Bylo vycházeno z teorie, zavedení doplňkové síly do jedné z měřených rovin, díky níž bylo dosaženo naměřených deformací. Síla byla zavedena i do teorie o potenciální deformační energii, kdy derivace celkové potenciální deformační energie prutu se musí rovnat součtu derivací potenciálních deformačních energií reakčních sil a momentu. Kombinací Castiglianovy věty a potenciálních deformačních energií byla určena doplňková síla. Se znalostí doplňkové síly jsme byli schopni vypočítat napětí na vnitřních (tlak) a vnějších (tah) vláknech.

Správnost analytických výpočtů je ověřena v tabulce (Tab 8.1), porovnáním analytického výpočtu se srovnatelným případem vymodelovaným metodou konečných prvků. Hodnoty napětí se lehce odlišují, což může být způsobeno vznikem axiálního napětí, které nedovolí ostatním napětím, se uvolnit v plném rozsahu.

Tab. 8.1 - *Ověření správnosti analytického výpočtu pomocí MKP*

Vzorek	Analytický		MKP	
	Tlak [MPa]	Tah [MPa]	Tlak [MPa]	Tah [MPa]
1-3	-6,15	4,62	-6,04	4,55
2-3	-6,06	4,54	-5,96	4,42
3-3	-5,74	4,29	-5,67	4,21

Numerický výpočet byl proveden v programu ANSYS 14.5. Program byl zvolen díky jednoduchosti modeláře. Protože je geometrie vzorků jednoduchá bylo možné vytvořit přesný geometrický model, tvořený z osmi konstrukčních bodů na vnější i vnitřní kružnici, propojených křivkou. Díky jednoduchosti vzorků byla využita dvojí symetrie. K dosažení

deformace vzorku byla použita tři ocelová tělíska. Postup zavedením pouze posuvů na vzorek bez tělísek se ukázal jako nevhodný, docházelo k deformaci průřezu a vzniku gradientu napětí. Vlivem tělísek vzniká na povrchu vzorku malé napětí (v maximech cca. 1 MPa) musí být však počítáno s tím, že by mohlo mírně ovlivnit výsledky výpočtů.

Tab. 8.2 – výsledky výpočtů

Vzorek	Šířka [mm]	Napětí			
		Tlak (vnitřní vlákna) [MPa]		Tah (vnější vlákna) [MPa]	
		Analytický	Numerický	Analytický	Numerický
1-3	5	-6,15	-5,32	4,62	2,83
2-3	10	-6,06	-4,8	4,54	2,39
3-3	20	-5,74	-4,5	4,29	2,25

Porovnáním výsledků analytických a numerických výpočtů (Tab. 8.2) je zjištěno, že analytický výpočet se pohybuje v mírně vyšších hodnotách, což může být způsobeno vlivem zatížení, kde působí pouze jediná síla, a tudíž není dosaženo požadovaných deformací po celé délce vzorku. Ale při silově – napětíové analýze je dosaženo skutečně naměřených deformací a lze proto předpokládat, že výsledky se více blíží skutečnosti.

Veškeré vypočtené napětí v této práci je vždy napětím vzniklým deformací vzorků. Velikost zbytkového napětí je s napětím vzniklým při deformaci srovnatelné, jen je potřeba změnit znaménka tzn. z tlakové napětí se mění v tahové a naopak.

PODĚKOVÁNÍ

Děkuji vedoucímu bakalářské práce panu Ing. Františku Fojtíkovi, PhD. za cenné rady při tvorbě práce.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] PECINA, P., PECINA, J. *Materiály a technologie – plasty*. Brno, 2006, 54 s. [cit. – 2014-3-20]
- [2] HAVLŮJ, V., MAREK, P., POVAŽAN, J. *Vlastní pnutí v ocelových konstrukcích*. Praha, 1979, 108 s. [cit. – 2014-3-20]
- [3] TREBUŇA, František a František ŠIMČÁK. *Príručka experimentálnej mechaniky*. Košice: TopoPress, vydavateľstvo a tlačiareň, 2007, 1 526 s. Vedeckej a odbornej literatúry. ISBN 970-80-8073-816-7. [cit. – 2014-3-20]
- [4] VLK, Miloš, Lubomír HOUFEK, Pavel HLAVOŇ, Petr KREJČÍ, Vladimír KOTEK a Jiří KLEMENT. Experimentální mechanika [online]. Brno, 2003, 147 s. [cit. 2014-05-01].
- [5] SHOKRIEH, M.M., S. AKBARI a A. DANESHVAR. A comparison between the slitting method and the classical lamination theory in determination of macro-residual stresses in laminated composites. *Composite Structures* [online]. February 2013, vol. 96, s. 708-715 [cit. 2014-03-20]. DOI: 10.1016/j.compstruct.2012.10.001, ISSN 0263-8223. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S026382231200476X>
- [6] MACURA, Pavel. Experimentální metody v pružnosti a plasticitě. Ostrava: VŠB-TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA, 2001, 107 s. [cit. – 2014-3-20]
- [7] LENERT, J., Pružnost a pevnost I, Ostrava, skripta VŠB-TU Ostrava, 2005. 140 s. ISBN 80-248-0113-2. [cit. 2014-05-02]
- [8] LENERT, J., Pružnost a pevnost II, Ostrava, skripta VŠB-TU Ostrava, 1998. 173 s. ISBN 80-7078-572-1. [cit. 2014-05-02]
- [9] dostupné z: <http://www.hp-trend.cz/>, 05. 01. 2014
- [10] ANSYS Inc. Documentation for ANSYS Release 12.1. SAS IP, Inc., 2009. <http://inside.mines.edu/~apetrell/ENME442/Documents/SOLID186.pdf>

SEZNAM PŘÍLOH

- Příloha A - Protokol a výsledky měření vzorku 1-3
- Příloha B - Protokol a výsledky měření vzorku 2-3
- Příloha C - Protokol a výsledky měření vzorku 3-3
- Příloha D - Protokol a výsledky měření vzorku 1-3 po aplikaci rozřezávací metody
- Příloha E - Protokol a výsledky měření vzorku 2-3 po aplikaci rozřezávací metody
- Příloha F - Protokol a výsledky měření vzorku 3-3 po aplikaci rozřezávací metody
- Příloha G - Analytický výpočet v programu MathCad, vzorek 1-3
- Příloha H - Analytický výpočet v programu MathCad, vzorek 2-3
- Příloha I - Analytický výpočet v programu MathCad, vzorek 3-3